第 11 章 车辆路径问题

车辆路径问题（Vehicle Routing Problem, VRP）作为物流与供应链管理领域的核心优化难题，自提出以来，便成为运筹学、计算机科学与交通运输工程交叉研究的焦点。作为旅行商问题的扩展，车辆路径问题不仅要求规划多车辆协同覆盖所有客户点的最短路径，更需纳入车辆数量、载重量、时间窗、行驶里程等多重约束，其复杂性随客户规模呈指数级增长。本章系统介绍车辆路径问题的问题建模、精确与近似求解算法、多元应用场景及衍生变种，揭示其在快递配送、生鲜运输、危化品调度等现实场景中的关键作用，为读者构建从理论到实践的完整知识框架。

11.1 车辆路径问题介绍

车辆路径问题是由 G.Dantzig 和 J.Ramser 于 1959 年首先提出来的,很快引起运筹学、管理学、计算机应用、组合数学、图论等学科的专家学者的高度重视。其研究结果在运输系统、物流配送系统、快递收发系统中都已得到广泛应用。

11.1.1 问题描述

所谓的车辆路径问题，可以描述为：对一系列发货点或收货点，组织适当的行车路线，使每辆车有序地通过所负责的客户点，在满足一定的约束条件（如货物需求量、发送量、交发货时间、车辆容量限制、行驶里程限制、时间限制等）下，达到一定的目标（如路程最短、费用最小、时间尽量少、使用车辆尽量少等）。

11.2 车辆路径问题数学模型

从一个配送中心出发，向多个客户点送货，然后在同一天内返回到该配送中心，要安排一个满意的运行路线。配送中心拥有的车辆台数K及每辆车的载重量为$w_k(k = 1,2,\dots,K)$；客户点数为n及每个点的需货量为$r_i(i = 1,2,\dots,n)$；配送中心到各客户点的费用及各客户点之间的费用为$c_{ij}(i,j = 0,1,2,\dots,n; i \neq j)$，$i = 0$表示配送中心。目标是各车辆行走的路径使总运输费用最小。决策变量x_{ijk}和y_{ki}均为 0-1 变量，x_{ijk}表示车辆k是否从点i到达点j，y_{ki}表示客户点i是否由车辆k送

货。

$$x_{ijk}=\begin{cases}1, & 第k辆车从点i到点j, \\ 0, & 否则,\end{cases} \qquad i,j=0,1,2,\dots,n; i\neq j; k=1,2,\dots,K.$$

$$y_{ki}=\begin{cases}1, & 客户点i由车辆k送货, \\ 0, & 否则,\end{cases} \qquad i=1,2,\dots,n; k=1,2,\dots,K.$$

车辆路径问题的目标是最小化总的运输费用，即

$$\min\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{K}c_{ij}\,x_{ijk}$$

需要保证每辆车所运送的货物量不超过其载重量，即

$$\sum_{i=1}^{n}r_i\,y_{ki}\leq w_k, \qquad k=1,2,\dots,K$$

并且，每个需求点由且仅由一辆车送货，即

$$\sum_{k=1}^{K}y_{ki}=1, \qquad i=1,2,\dots,n.$$

若客户点j由车辆k送货，则车辆k必由某点i到达点j，即

$$\sum_{i=0}^{n}x_{ijk}=y_{kj}, \qquad j=1,2,\dots,n; k=1,2,\dots,K.$$

同理，若客户点i由车辆k送货，则车辆k送完点i的货后到达另一点j，即

$$\sum_{j=0}^{n}x_{ijk}=y_{ki}, \qquad i=1,2,\dots,n; k=1,2,\dots,K.$$

此外，车辆 k 必须从配送中心发车并且最终返回配送中心，即

$$\sum_{j=1}^{n}x_{0jk}=1, \qquad k=1,2,\dots,K,$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_{i0k}=1, \qquad k=1,2,\dots,K.$$

综上，构建数学模型(11.1)：

$$\min \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{K} c_{ij}\,x_{ijk}$$

$$s.t.\quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} r_i\,y_{ki} \le w_k, & k=1,2,\dots,K, \\ \sum_{k=1}^{K} y_{ki}=1, & i=1,2,\dots,n, \\ \sum_{i=0}^{n} x_{ijk}=y_{kj}, & j=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,K, \\ \sum_{j=0}^{n} x_{ijk}=y_{ki}, & i=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,K, \\ \sum_{j=1}^{n} x_{0jk}=1, & k=1,2,\dots,K, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i0k}=1, & k=1,2,\dots,K, \\ x_{ijk}\in\{0,1\}, & i,j=0,1,\dots,n; \mathrm{i}\ne j; k=1,..,K, \\ y_{ki}\in\{0,1\}, & i=1,\dots,n; k=1,\dots,K, \end{cases} \tag{11.1}$$

例题 11.1 某社区的配送中心需要为周边的五个小区提供生活物资补给。配送中心配备了三辆货车，载重能力分别为 3、4、5 吨。五个小区的物资需求量依次为 1、2、1.5、0.8、2.5 吨。请根据这些信息，构建合理的数学模型，以优化物流配送方案。

解 决策变量x_{ijk}表示车辆k是否从小区i到小区j的 0-1 变量，y_{ki}表示车辆k是否为小区i运送物资；c_{ij}表示地点i到地点j的运输费用。

目标是使总运输费用最小：

$$\min \sum_{k=1}^{3}\sum_{i=0}^{5}\sum_{j=0}^{5} c_{ij}x_{ijk}$$

每辆车所运送的货物量不超过其载重量：

$$1\times y_{11}+2\times y_{12}+1.5\times y_{13}+0.8\times y_{14}+2.5\times y_{15}\le 3,$$

$$1\times y_{21}+2\times y_{22}+1.5\times y_{23}+0.8\times y_{24}+2.5\times y_{25}\leq 4,$$

$$1\times y_{31}+2\times y_{32}+1.5\times y_{33}+0.8\times y_{34}+2.5\times y_{35}\leq 5.$$

每个点由且仅由一辆车送货：

$$\sum_{k=1}^{3} y_{ki}=1,\qquad i=1,2,\ldots 5.$$

若小区j由车辆k送货，则车辆k必由某点i到达点j：

$$\sum_{i=0}^{5} x_{ijk}=y_{kj},\qquad j=1,2,\ldots,5;k=1,2,3.$$

若小区i由车辆k送货，则车辆k必由点i到达某点j

$$\sum_{j=0}^{5} x_{ijk}=y_{ki},\qquad i=1,2,\ldots,5;k=1,2,3.$$

车辆k必须从配送中心发车：

$$\sum_{j=1}^{5} x_{0jk}=1,\qquad k=1,2,3.$$

车辆k最终必须返回配送中心：

$$\sum_{i=1}^{5} x_{i0k}=1,\qquad k=1,2,3.$$

通过上述建模，可以利用相关算法求解出如何安排这 3 辆货车的行驶路线，能够在满足载重量等约束条件下，实现总运输费用最小化，从而高效地完成社区物资配送任务。

11.3 车辆路径问题求解

11.3.1 精确算法求解车辆路径问题

与旅行商问题类似，车辆路径问题在小规模的情况下，也可以用动态规划法、分支定界法、割平面法、网络流算法等精确算法求解。接下来以动态规划法为例

进行介绍。

动态规划法是一种精确求解策略，用于求解节点规模较小的车辆路径问题，尤其适合带有少量客户的情境，广泛用于单车车辆路径问题（也称旅行商问题）或多车少客户的小规模车辆路径问题。

动态规划将复杂问题划分为多个阶段，通过逐步求解子问题的方式，逐步找到全局最优解。n为客户点的数量，K为车辆的数量，第k辆车的载重量为w_k，客户点i的需货量为r_i。阶段的划分基于已访问客户点的数量和已使用的车辆数。状态(k,i,S,c)表示第k辆车位于客户点i，已访问的客户集合为S，已用容量为c。定义最优值函数$f(k,i,S,c)$为第k辆车位于客户点i，已访问的客户点集合为S，已用容量为c时的最小成本。

动态规划的状态转移方程为：

$$\begin{cases} f(k,i,S,c) = min_{j\in S\setminus\{i\}, r_i \le c \le w_k}\{f(k,j,S\setminus\{i\}, c-r_i) + d_{ji}\}, \\ f(k,i,\{i\},r_i) = d_{0i}, \end{cases}$$

$$k = 1,2,\dots,K; i,j = 1,2,\dots,n.$$

例题 11.2 在某城市的物流配送任务中，配送中心设在城市 1，目标客户点分别位于城市 2、3、4、5 和 6。为了完成配送任务，有两辆容量均为 10 单位的货车负责运输，每辆车的载重不能超过这个限额。各客户点的物资需求分别为 3、4、5、3 和 5 单位。两辆车从城市 1 出发，必须依次访问所有客户点一次，最后都返回城市 1。请运用动态规划方法，求出能够覆盖所有客户点、路径总长度最短的配送路线，以及相应的最短总距离。表 11.1 中详细列出了城市之间的距离（公里），为此次优化提供依据。

表 11.1 例题 11.2 中的各城市间距离表

城市	1	2	3	4	5	6
1	0	8	5	6	7	9
2	8	0	9	7	5	6
3	5	9	0	5	6	7
4	6	7	5	0	4	8

5	7	8	6	4	0	5
6	9	6	7	8	5	0

解 当$k=1$，车辆从配送中心（城市 1）出发，载重为 0 时，直接访问各个客户点：

$$f(1,2,\{2\},3)=d_{12}=8,$$

$$f(1,3,\{3\},4)=d_{13}=5,$$

$$f(1,4,\{4\},5)=d_{14}=6,$$

$$f(1,5,\{5\},3)=d_{15}=7,$$

$$f(1,6,\{6\},5)=d_{16}=9.$$

车辆 1 第一次状态转移（访问 1 个客户后）：

（1）若当前在客户点 2（载重 3）：

若去客户点 3：

$$f(1,3,\{2,3\},3+4)=f(1,2,\{2\},3)+d_{23}=8+9=17.$$

若去客户点 4：

$$f(1,4,\{2,4\},3+5)=f(1,2,\{2\},3)+d_{24}=8+7=15.$$

若去客户点 5：

$$f(1,5,\{2,5\},3+3)=f(1,2,\{2\},3)+d_{25}=8+5=13.$$

若去客户点 6：

$$f(1,6,\{2,6\},3+5)=f(1,2,\{2\},3)+d_{26}=8+6=14.$$

（2）若当前在客户点 3（载重 4）：

若去客户点 2：

$$f(1,2,\{3,2\},4+3)=f(1,3,\{3\},4)+d_{32}=5+9=14.$$

若去客户点 4：

$$f(1,4,\{3,4\},4+5)=f(1,3,\{3\},4)+d_{34}=5+5=10.$$

若去客户点 5：

$$f(1,5,\{3,5\},4+3)=f(1,3,\{3\},4)+d_{35}=5+6=11.$$

若去客户点 6：

$$f(1,6,\{3,6\},4+5)=f(1,3,\{3\},4)+d_{36}=5+7=12.$$

（3）若当前在客户点 4（载重 5）：

若去客户点 2：

$$f(1,2,\{4,2\},5+3)=f(1,4,\{4\},5)+d_{42}=6+7=13.$$

若去客户点 3：

$$f(1,3,\{4,3\},5+4)=f(1,4,\{4\},5)+d_{43}=6+5=11.$$

若去客户点 5：

$$f(1,5,\{4,5\},5+3)=f(1,4,\{4\},5)+d_{45}=6+4=10.$$

若去客户点 6：

$$f(1,6,\{4,6\},5+5)=f(1,4,\{4\},5)+d_{46}=6+8=14.$$

（4）若当前在客户点 5（载重 3）：

若去客户点 2：

$$f(1,2,\{5,2\},3+3)=f(1,5,\{5\},3)+d_{52}=7+5=12.$$

若去客户点 3：

$$f(1,3,\{5,3\},3+4)=f(1,5,\{5\},3)+d_{53}=7+6=13.$$

若去客户点 4：

$$f(1,4,\{5,4\},3+5)=f(1,5,\{5\},3)+d_{54}=7+4=11.$$

若去客户点 6：

$$f(1,6,\{5,6\},3+5)=f(1,5,\{5\},3)+d_{56}=7+5=12.$$

（5）若当前在客户点 6（载重 5）：

若去客户点 2：

$$f(1,2,\{6,2\},5+3)=f(1,6,\{6\},5)+d_{62}=9+6=15.$$

若去客户点 3：

$$f(1,3,\{6,3\},5+4)=f(1,6,\{6\},5)+d_{63}=9+7=16.$$

若去客户点 4：

$$f(1,4,\{6,4\},5+5)=f(1,6,\{6\},5)+d_{64}=9+8=17.$$

若去客户点 5：

$$f(1,5,\{6,5\},5+3)=f(1,6,\{6\},5)+d_{65}=9+5=14.$$

继续按照上述状态转移方程进行计算，当车辆 1 无法再添加客户点（载重达到或接近 10）时，车辆 1 回到城市 1，车辆 2 开始工作。

假设车辆 1 选择的路线为 1→2→5→3→1，载重$3+3+4=10$，距离为$d_{12}+d_{25}+d_{53}+d_{31}=8+5+6+5=24$。此时还剩下客户点 4、6 未访问。

车辆 2 从城市 1 出发，重新开始计算：

$$f(2,4,\{4\},5)=d_{14}=6,$$

$$f(2,6,\{6\},5)=d_{16}=9.$$

最终，可知车辆 2 选择的路线为 1→4→6→1，载重$5+5=10$，距离为$d_{14}+d_{46}+d_{61}=6+8+9=23$。

得到最优的方案：

车辆 1：1→2→5→3→1，距离$d_{12}+d_{25}+d_{53}+d_{31}=8+5+6+5=24$。

车辆 2：1→4→6→1，距离$d_{14}+d_{46}+d_{61}=6+8+9=23$。

最短总距离：$24+23=47$公里。

11.3.2 启发式算法求解车辆路径问题

（1）C-W 节约法

根据上一章已知，车辆路径问题是旅行商问题的扩展。旅行商问题聚焦单一车辆访问所有节点的最短路径问题，而车辆路径问题允许使用多个车辆参与，且引入车辆容量约束，因此问题复杂度更高。

C-W 节约算法是求解车辆路径问题的经典启发式算法，其核心逻辑源于旅行商问题的路径优化逻辑，即通过计算“节约值”合并路径以减少总行驶距离，同时结合车辆容量约束动态调整，最终实现合理的路径规划。代码见电子资源。

它的核心思想是：初始时每个客户点与配送中心构成独立回路，通过计算“节约值”优先合并能最大幅度减少总距离的两个回路，每次合并后需检查路径总需求量是否超过车辆容量。当某辆车达到装载限制或无更多可合并的回路时，停止该车辆的优化，开始下一辆车的规划。优化过程分为并行方式和串行方式两种。

算法步骤：

I.初始化：选取基点（通常为配送中心），将基点与其他各点（客户点）分别连接，形成多个只包含基点和一个客户点的简单回路；初始化每辆车剩余容量为车辆的最大容量；

II.计算节约值：对于每一对客户点(i,j)，计算它们合并所带来的节约值$s(i,j)=c_{1i}+c_{1j}-c_{ij}$，其中$c_{1i},c_{1j}$分别是基点到客户点$i,j$的距离，$c_{ij}$是客户点$i$到客户点$j$的距离；

III.排序节约值：将所有的节约值$s(i,j)$按照从大到小的顺序排序；

IV.合并路径：按节约值从大到小的顺序，依次考察每一对客户点(i,j)；若满足以下条件，则将这两个客户点所在的路径合并：点i和点j不在同一条路径上；合并后的路径总需求不超过车辆的最大容量；

V.分配车辆：当一条路径的总需求接近或达到车辆的最大容量或无法再合并其他路径时，为该路径分配一辆车，并开始构建新的路径；

VI.重复步骤 IV 和 V，直到所有的客户点都被分配到路径中。

例题 11.3 某物流公司负责将货物从仓库（编号为 0）配送到五位客户（编号为 1-5 号）。配送车辆的最大载重为 12 吨，需要在保证客户需求得到满足的同时，合理规划运输路线以提高效率。各客户的需求量（吨）详见表 11.2，而各点之间的距离（km）则由表 11.3 给出，且距离是对称的。请结合这两份数据，使用 C-W 节约算法，设计一条既能满足全部需求，又能最大程度减少行驶总距离的配送路线。

表 11.2 例题 11.3 中的客户需求量表

客户	1	2	3	4	5
需求量	4	3	2	5	1

表 11.3 例题 11.3 中的各节点间距离表

节点	0	1	2	3	4	5
0	0	8	6	10	12	15
1	8	0	5	9	7	4
2	6	5	0	8	3	2
3	10	9	8	0	6	5
4	12	7	3	6	0	4
5	15	4	2	5	4	0

解 每个客户单独与仓库连接，形成 5 条初始路径：

0→1→0（需求 4 吨，距离$8 \times 2 = 16\text{km}$）

0→2→0（需求 3 吨，距离$6 \times 2 = 12\text{km}$）

0→3→0（需求 2 吨，距离$10 \times 2 = 20\text{km}$）

0→4→0（需求 5 吨，距离$12 \times 2 = 24\text{km}$）

0→5→0（需求 1 吨，距离$15 \times 2 = 30\text{km}$）

总距离：$16 + 12 + 20 + 24 + 30 = 102\text{km}$

计算节约值：$s(i,j)=d_{0i}+d_{0j}-d_{ij}$.

按节约值降序排列前三位：(4,5)—23、(3,5)—20、(2,5)和(1,5)—19

合并路径：

（1）合并(4,5)：

路径 0→4→0 和 0→5→0 合并为新路径：0→4→5→0，总需求$=5+1=6\leq 12$，可行，距离$=12+4+15=31$km（比原路径总距离$24+30=54$km更优）。

（2）合并(3,5)：

路径 0→3→0 和 0→4→5→0 合并为 0→3→4→5→0，总需求$=2+5+1=8\leq 12$，可行，距离$=10+6+4+15=35$km（比原路径总距离$20+31=51$km更优）。

（3）合并(2,5)（节约值 19，客户 5 已访问，合并客户 2 到现有路径）：

路径 0→2→0 和 0→3→4→5→0 合并为 0→2→3→4→5→0，总需求$=3+2+5+1=11\leq 12$，可行，距离$=6+8+6+4+15=39$km（比原独立路径总距离$12+35=47$km更优）。

通过逐步合并，最终可行的最优路径组合需满足：所有客户（1-5）被覆盖；每条路径载重≤12 吨。

最终可行的路径为：

路径 1：0→1→0（需求 4 吨，距离 16km）

路径 2：0→2→3→4→5→0（需求 11 吨，距离 39km）

总距离：$16+39=55$km。

（2）插入法

插入法思想：在已有的路径中插入别的需求点，从而不断扩大配送路径。在插入其他需求点时，需检验是否满足最大运距约束、最大载重量约束和作业时间约束等条件。代码见电子资源。

算法步骤：

I.分别对于每台配送车辆选择适当客户群；

II.在配送中心与客户群之间构筑路径，以此作为初始路径；

III.对于客户群之外的客户l按照适当顺序，具有实施可能性而且使增加的总费用最小。

由此带来的费用：$\Delta_{ij}^{l}= c_{il}+c_{lj}-c_{ij}+\alpha V_j^l$，其中$V_j^l$为插入客户$l$时，客户 j 的等待时间增量。

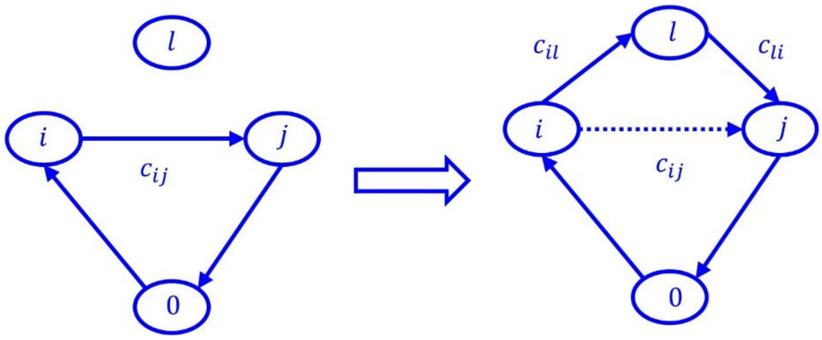

图 11.1 插入法示意图

（3）扫描算法

扫描算法（Sweep Algorithm）也是求解车辆路径问题的启发式算法。顾客点的位置以极坐标给出。假设仓库在原点的位置，客户点按极角（与仓库的夹角）排序，极角相同则优先访问极径更小的点。在满足可行性条件的前提下，按排序顺序依次将客户点分配到车辆路径中，最后再根据旅行商问题的优化算法对所得到的子路径进行改善，最小化总行驶距离。代码见电子资源。

算法步骤：

I.从仓库出发；

II.在目前的车辆路径中加入目前序号最小的客户点，如果车辆超载了，选择一个新的车辆，回到步骤 I；

III.重复步骤 II 直到所有的客户点都被访问；

IV.构造完初始路径后，通过交换路径中的节点来改善调度。

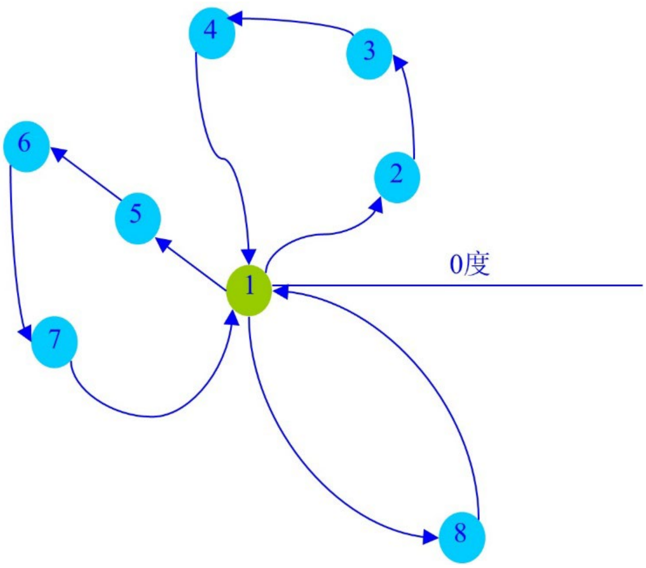

图 11. 2 扫描算法示意图

例题 11.4 假设有一个配送中心（坐标为(0,0)），以及 10 个客户点，其坐标分别为：A(2,3)、B(5,4)、C(3,6)、D(6,8)、E(8,5)、F(7,3)、G(4,2)、H(9,4)、I(7,6)、J(3,9)。每个客户点的货物需求量分别为：A-3 吨、B-2 吨、C-4 吨、D-3 吨、E-2 吨、F-3 吨、G-2 吨、H-4 吨、I-3 吨、J-2 吨。现有载重量为 10 吨的车辆若干，要求使用扫描算法为这些客户点安排配送路线，使车辆行驶总里程最短。

解 计算各客户点与配送中心的极坐标：

对于点 A(2,3)，其极径$r=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}\approx 3.61$，极角$\theta=\arctan(\frac{3}{2})\approx 56.31°$。

同理，可计算出其他客户点的极径和极角，如下表所示，

客户点	极径	极角
A	3.61	56.31
B	6.40	38.66
C	6.71	63.43
D	10.00	53.13

E	9.43	32.01
F	7.62	23.20
G	4.47	26.57
H	9.85	23.96
I	9.22	40.60
J	9.49	71.57

按照极角从小到大对客户点进行排序：

排序后的顺序为：F、H、G、E、B、I、D、A、C、J

扫描分组：

从配送中心出发，沿着极角方向扫描，将客户点依次分配到不同的车辆路径中，直到车辆的载重量达到上限或接近上限。

第一辆车：先选择 F（3 吨）、H（4 吨）、G（2 吨），总载重量为$3+4+2=9$吨，未超过 10 吨，继续添加 E（2 吨），则总载重量为$9+2=11$吨，超过了 10 吨，所以第一辆车的路径为 F-H-G，载重量为 9 吨。

第二辆车：从 E 开始，选择 E（2 吨）、B（2 吨）、I（3 吨）、D（3 吨），总载重量为$2+2+3+3=10$吨，刚好等于 10 吨，所以第二辆车的路径为 E-B-I-D，载重量为 10 吨。

第三辆车：选择 A（3 吨）、C（4 吨）、J（2 吨），总载重量为$3+4+2=9$吨，所以第三辆车的路径为 A-C-J，载重量为 9 吨。

计算各车辆行驶路径的里程：

对于第一辆车，从配送中心到 F，再到 H，最后到 G，然后返回配送中心。根据两点间距离公式$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$，计算出各段距离并相加。

配送中心到 F 的距离为 7.62，F 到 H 的距离为

$\sqrt{(9-7)^2+(4-3)^2}=\sqrt{5}\approx 2.24$， H 到 G 的距离为

$\sqrt{(4-9)^2+(2-4)^2}=\sqrt{29}\approx 5.39$，

G 返回配送中心的距离为 4.47，所以第一辆车行驶的总里程为

$7.62+2.24+5.39+4.47=19.72$。

同理，可计算出第二辆车行驶的总里程为：配送中心到 E 的距离+E 到 B 的距离+B 到 I 的距离+I 到 D 的距离+D 返回配送中心的距离，即

$$9.43+\sqrt{(5-8)^2+(4-5)^2}+\sqrt{(7-5)^2+(6-4)^2}+\sqrt{(6-7)^2+(8-6)^2}+10.00 \\ =9.43+3.16+2.83+2.24+10.00=27.66$$

第三辆车行驶的总里程为：配送中心到 A 的距离+A 到 C 的距离+C 到 J 的距离+J 返回配送中心的距离，即

$$3.61+\sqrt{3-2)^2+(6-3)^2}+\sqrt{3-3)^2+(9-6)^2}+9.49 \\ =3.61+3.16+3.00+9.49=19.26$$

计算总里程：

三辆车行驶的总里程为$19.72+27.66+19.26=66.64$。

综上，最终的配送方案为：

第一辆车：路径为 F-H-G，行驶里程为 19.72，载重量为 9 吨。

第二辆车：路径为 E-B-I-D，行驶里程为 27.66，载重量为 10 吨。

第三辆车：路径为 A-C-J，行驶里程为 19.26，载重量为 9 吨。

总行驶里程为 66.64。

（4）先路径后分组算法

先路径后分组算法中，先松弛模型中关于车辆载重和距离等的约束，构造一个或几个很长的路径，然后把这些很长的线路分解成一些短而可行的线路。代码见电子资源。

算法步骤：

I.寻求对于每个节点通过一次且只通过一次的巡回路径；

II.在满足步骤 I 上的路径中节点的连续性和给定的条件（最大装载量或最大距离）下进行分组；

III.确定各组需求点的最优访问顺序。

常用的分组方法有集合划分算法（Set Partitioning Approach）、集合覆盖算法（Set Covering Approach）、最优划分法（Optimal Partitioning Method）、填充曲线法（Space filling Curve Method）。

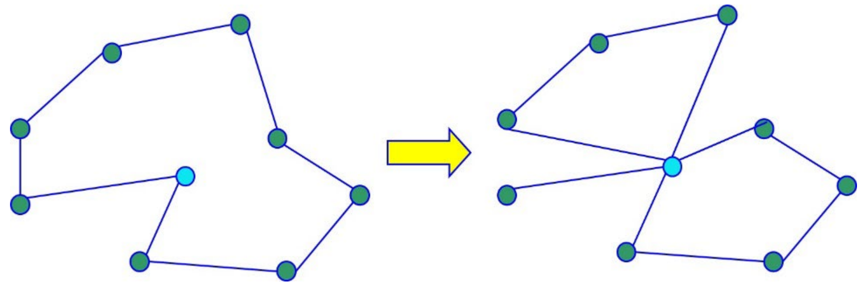

图 11.3 填充曲线法示意图

（5）先分组后路径算法

先分组后路径算法中，先按节点和/或弧的要求进行分组或划群,然后为每一组设计一条经济的路线。代码见电子资源。

算法步骤：

I.先将客户按其地理位置和需求量合理地分成若干组，每组客户的需求总量不超过配送车辆的装载限量；

II.对各组加上仓库求巡回路径。

常用的领域分派法有 Gillett & Miller 的扇形分派法、Marchetti & Spaccamela 的极线分派法、Karp 的矩形分派法、（d）Haimovitch & Rinnooy Kan 的圆形分派法。

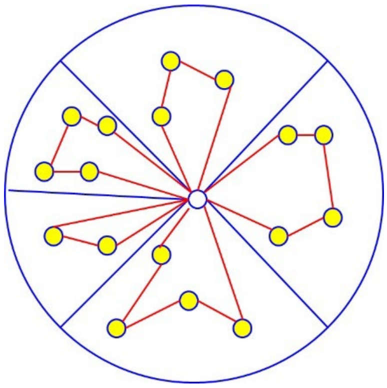

图 11.4 扇形分派法示意图

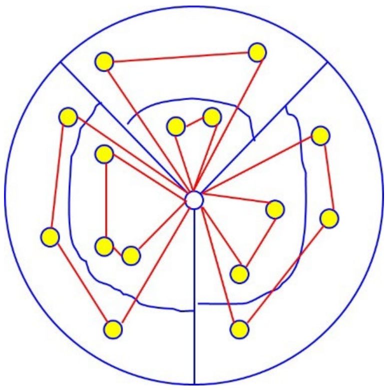

图 11.5 极线分派法示意图

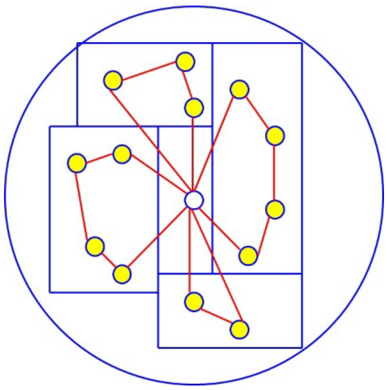

图 11.6 矩形分派法示意图

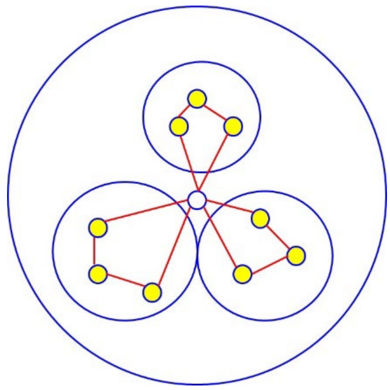

图 11.7 圆形分派法示意图

11.3.3 遗传算法

遗传算法模拟了生物界的自然选择和遗传进化过程，通过选择、交叉和变异等操作，使种群中的个体不断进化，逐渐逼近最优解。遗传算法能够在解空间中进行全局搜索，避免陷入局部最优解，具有较强的全局优化能力。通过适值函数来评估个体的优劣，适应度越高的个体被选择和保留的概率越大，从而引导算法朝着优化目标方向进化。代码见电子资源。

算法的步骤：

I.个体编码：对于车辆路径问题，可采用自然数编码。用一个长度为$n+m-1$的整数数组表示一个配送方案，其中n是客户点的数量，m是车辆的数量。数组中包含 1 到n的全排列和$m-1$个 0，1 到n代表客户点，0 用于分隔不同车辆的行驶路径；

II.初始种群生成：随机生成一定数量（如N）的个体，构成初始种群。在生成每个个体时，先将 1 到n进行全排列，然后随机插入$m-1$个 0 来划分车辆路径；

III.适应度计算：根据问题的目标，如最小化总行驶距离或总成本，设计适值函数。以总行驶距离为例，计算每个个体对应的所有车辆行驶距离之和。适应度可以定义为目标函数值的倒数，即适应度越高，表示该配送方案的总行驶距离越短，越接近最优解。例如，若个体i的总行驶距离为d_i，则其适应度$f_i = 1/d_i$；

IV.选择操作：根据适应度，采用轮盘赌选择、锦标赛选择等方法，选择部分

优秀个体保留到下一代：

（a）轮盘赌：计算每个个体的适应度占总适应度的比例，以此作为该个体被选中的概率。就像转动轮盘一样，适应度越高的个体被选中的概率越大。例如，个体i的选择概率$p_i = f_i / \sum_{j=1}^{N} f_j$；

（b）锦标赛选择：从种群中随机选取一定数量（如k）的个体，比较它们的适应度，选择适应度最高的个体进入下一代。重复该过程，直到选出足够数量的个体；

V.交叉操作：将两个父代个体的部分基因进行交换，产生新的子代个体。交叉操作可以采用部分匹配交叉、顺序交叉等方法，以增加种群的多样性：

（a）部分匹配交叉

在两个父代个体上随机选取两个位置，由这两点定义的子串称为映射段；交换双亲的映射段子串，形成原始后代；确定两映射段之间的映射关系；根据映射关系，将后代中重复和缺失的配送点进行调整，使其成为合法的配送方案；

（b）顺序交叉

从第一双亲随机选择一个子串；通过拷贝子串，产生一个原始后代；删去第二双亲中子串已有的配送点，得到原始后代需要的其它配送点的顺序；从左到右将这些配送点定位到后代的空缺位置上；

VI.变异操作：对个体的某些基因进行随机改变，以增加种群的多样性，防止算法陷入局部最优解。变异操作可以采用随机交换两个元素的值等方法：

（a）反转变异：在染色体上随机地选择两点，将两点间的子串反转；

（b）插入变异：随机地选择一点，并将它插入到一个随机的位置中；

（c）移位变异：随机地选择一个子巡回，并将其插入到一个随机的位置中。插入变异可以看作是子巡回只含有一点的移位变异。

（d）互换变异：随机地选择两个位置，并将这两个位置上的点相互交换。

（e）启发式变异：随机地选出λ个基因；按所有选出基因的可能换位产生邻

域；评估所有邻域点，选出最好的作为变异产生的后代。

VII.迭代优化：重复执行选择、交叉和变异操作，不断迭代，直到满足终止条件。终止条件可以是达到最大迭代次数（如 1000 次）或适应度收敛（如最大适应度持续 50 代都无变化）；

VIII.解码：当满足终止条件时，算法结束。将最终得到的最优个体解码为实际的配送方案，输出每辆车的行驶路径和总行驶距离等结果。

11.4 车辆路径问题应用

车辆路径问题作为物流领域极具代表性的优化难题，在车辆数量、载重量、行驶时间等限制条件下，规划多个车辆从配送中心出发，遍历众多客户点后再返回的最佳路径组合，实现运输总成本的最小化。其应用场景极为广泛，包括快递揽派、生鲜配送、货运调度等多个行业。例如：

（1）高速公路收费

长途大型货车通过高速公路在不同城市间卸载送货，高速公路收费不仅考虑距离，更考虑在两个城市之间行驶时的载重量。优化货车的行驶路线，以最小化总成本，包括高速公路收费和燃油消耗等。通过合理规划路线，可以减少不必要的绕行，降低载重量对收费的影响，从而实现成本最小化。

（2）货物配送

车辆路径问题也应用在货物配送问题中。考虑车辆在两个顾客之间行驶时载重量的影响，需求量较大的顾客拥有较高的车辆运输优先权。确定最佳的配送路线，以最小化总行驶距离和总运输时间。同时，通过合理分配车辆的载重量，可以提高运输效率，减少运输成本。

（3）保鲜食品货物配送。

保鲜食品货物配送对运输路径有更高的要求。运输路径不仅需要考虑距离的费用，更需要考虑保鲜成本以及尽可能低的损失。优化配送路线，以最小化总成本，包括运输距离的费用和保鲜成本。通过合理规划路线，可以减少运输时间，降低损失，从而实现成本最小化。

（4）危化用品的配送

危化用品的配送对运输路径有更高的要求。运输路径不仅需要考虑距离，更需要尽可能降低危险和损失。优化配送路线，以最小化总风险。总风险包括运输距离的风险（更远的距离风险更大）和危化用品泄漏的风险。通过合理规划路线，可以减少运输时间，降低危化用品泄漏的风险，从而实现风险最小化。

（5）耗油和碳排放、节能减排目标

在节能减排政策与目标导向下，最短路径未必是最小耗油和碳排放的行驶路线；若以总耗油量和碳排放量最小化为目标，需综合考虑车辆行驶过程中的行驶状态和实际燃油消耗。通过合理规划路线，可以减少不必要的绕行和等待，降低耗油和碳排放，从而实现节能减排目标。

（6）航空票务公司免费机场接送服务

为航空票务公司提供决策模型和方法，可以帮助解决机场接送服务中的车次分配与调度问题，开发相应的决策支持系统。以往顾客在代售点买票，通过机场巴士和的士往返于机场。航空票务公司推出免费的机场接送服务（上门接送顾客到机场），以多样化的优质服务挖掘更多的潜在顾客。尽可能降低成本（车次分配与调度问题）成为该服务能成功运营的关键。也需要以减少顾客的不便利性为目标，提高顾客的满意度（车次调度问题），吸引更多的顾客。

车次分配与调度问题（Vehicle Allocation and Scheduling Problem, VASP）是根据顾客的基本信息对派出车辆的数量，每个车辆需要接送哪些顾客以及这些顾客的接送顺序和接送时间做出安排。

车次调度问题（Vehicle Scheduling Problem, VSP）是根据顾客的服务要求，确定某个给定车次的最优调度方案，以最大化顾客总体的满意度。

11.5 车辆路径问题的变种问题

车辆路径问题作为物流配送的关键问题，在面对现实复杂需求时衍生出一系列拓展形式。随着行业发展，物流配送对路径规划的要求从单纯的“成本最低”向多维度目标转变，如兼顾配送时效性、服务质量与车辆利用率等，各类适配特

定场景的车辆路径问题变种相继出现。例如：

（1）按任务特征分类

装货问题是指车辆仅负责从特定的取货地装载货物，然后将货物运输到指定的交付地点。这种问题通常出现在物流配送中，车辆需要从仓库或供应商处取货，然后将货物送到客户手中。

卸货问题是指车辆仅负责将货物从起始点（如仓库）运输到多个客户点卸货。这种问题在物流配送中非常常见，车辆从一个中心仓库出发，将货物送到各个客户点。

装卸混合问题是指车辆在运输过程中既需要装载货物，也需要卸货。这种问题更为复杂，车辆需要在不同的客户点之间进行货物的装载和卸载，以满足所有客户的需求。例如，车辆在配送货物的同时，还需要从某些客户点取回货物。

（2）按任务性质分类

对弧服务问题（如中国邮递员问题）是指车辆需要在特定的弧（即边）上提供服务。例如，中国邮递员问题中，邮递员需要走遍每条街道至少一次，以确保所有邮件都能被投递。

对点服务问题（如旅行商问题）是指车辆需要访问特定的点（即顶点）提供服务。例如，旅行商问题中，旅行商需要访问每个城市恰好一次，最后返回起点。

混合服务问题（如交通路线安排问题）是指车辆需要同时在弧和点上提供服务。这种问题结合了对弧服务和对点服务的特点，车辆需要在特定的弧上提供服务，同时还需要访问特定的点。

（3）按车辆载货状况分类

满载问题是指车辆在每次运输过程中都必须装满货物。这种问题通常出现在物流配送中，车辆的载货量必须达到最大容量，以提高运输效率。

非满载问题是指车辆在每次运输过程中不需要装满货物。这种问题更为灵活，车辆可以根据实际需求进行装载，但可能会导致运输效率降低。

（4）按车场数目分类

单车场问题是指所有车辆都从同一个车场出发并返回。这种问题在物流配送中非常常见，所有车辆都从一个中心仓库出发，完成配送任务后返回仓库。

多车场问题是指车辆可以从多个车场出发并返回。这种问题更为复杂，车辆可以从不同的车场出发，完成配送任务后返回相应的车场。

（5）按车辆类型分类

单车型问题是指所有车辆都是同一种类型，具有相同的载货量和性能。这种问题在物流配送中较为常见，所有车辆都具有相同的属性。

多车型问题是指车辆可以是多种类型，具有不同的载货量和性能。这种问题更为复杂，车辆的类型和属性各不相同，需要根据实际情况进行调度。

（6）按车辆是否返回车场分类

车辆开放问题是指车辆在完成配送任务后不需要返回车场。这种问题在某些特殊场景中较为常见，车辆可以在完成任务后直接前往下一个任务点。

车辆封闭问题是指车辆在完成配送任务后必须返回车场。这种问题在物流配送中较为常见，车辆需要在完成任务后返回仓库。

（7）按已知信息的特征分类

确定性车辆路径问题是指所有信息都是已知且确定的，包括客户需求、车辆载货量、行驶距离等。这种问题在实际应用中较为常见，所有参数都是确定的。

不确定性车辆路径问题是指某些信息是不确定的，如客户需求、车辆载货量、行驶距离等。这种问题更为复杂，需要考虑不确定因素的影响。可进一步分为随机车辆路径问题和模糊车辆路径问题：

随机车辆路径问题是指某些信息是随机的，如客户需求、车辆载货量、行驶距离等。这种问题需要考虑随机因素的影响，通常使用概率模型进行建模。

模糊车辆路径问题是指某些信息是模糊的，如客户需求、车辆载货量、行驶距离等。这种问题需要考虑模糊因素的影响，通常基于模糊数学进行建模。

（8）按优化目标数来分类

单目标问题是指车辆路径问题的优化目标只有一个，如最小化总行驶距离、最小化总成本等。这种问题在实际应用中较为常见，优化目标单一。

多目标问题是指车辆路径问题的优化目标有多个，如最小化总行驶距离、最小化总成本、最大化服务质量等。这种问题更为复杂，需要在多个目标之间进行权衡。

（9）按约束条件分类

距离约束的车辆路径问题是指车辆的行驶距离受到限制，如车辆的最大行驶距离。这种问题在实际应用中较为常见，需要考虑车辆的行驶距离限制。

能力约束的车辆路径问题是指车辆的载货量受到限制，如车辆的最大载货量。这种问题在物流配送中非常常见，需要考虑车辆的载货量限制。

等需求问题是指所有客户的需求量相同。这种问题在某些特殊场景中较为常见，所有客户的需求量相同，简化了问题的复杂性。

非等需求问题是指客户的需求量不同。这种问题更为复杂，需要考虑不同客户的需求量差异。

带有时间窗的车辆路径问题（Vehicle Routing Problem with Time Window, VRPTW）是指客户有特定的服务时间窗口，车辆必须在这些时间窗口内到达客户处。这类约束中还可分为柔性时间窗约束和刚性时间窗约束。

柔性时间窗约束是指时间窗口可以有一定的弹性，车辆可以在时间窗口内或稍微超出时间窗口到达客户处。这种问题较为灵活，允许一定的时间偏差。

刚性时间窗约束是指时间窗口是严格的，车辆必须在时间窗口内到达客户处，否则视为违约。这种问题更为严格，需要严格遵守时间窗口。

11.6 本章小结

车辆路径问题由 Dantzig 和 Ramser 于 1959 年提出，是旅行商问题的重要扩展，核心是在车辆载重量、行驶里程等多重约束下，规划多辆车从配送中心出发、

遍历所有客户点后返回的最优路径组合，以实现运输成本最低、车辆利用率最高等目标，广泛适配物流配送、货运调度等实际场景。

问题建模以 0-1 决策变量定义车辆行驶路径与客户分配关系，通过目标函数最小化总运输费用，搭配车辆载重限制、客户唯一分配、车辆起止点约束等条件，精准刻画问题核心诉求。求解方法分为精确算法与近似算法：精确算法如动态规划法、分支定界法能获取最优解，但仅适用于小规模问题；启发式算法如 C-W 节约法、扫描算法、插入法，以及元启发式算法如遗传算法，计算效率更高，可应对大规模复杂场景，其中遗传算法通过模拟自然进化实现全局优化，适配性较强。

车辆路径问题应用场景覆盖快递揽派、生鲜配送、危化品运输、节能减排等多个领域，可根据实际需求优化成本、风险、时效等多维度目标。同时，基于任务特征、车辆类型、信息确定性、约束条件等差异，衍生出装卸混合问题、多车型问题、随机车辆路径问题、带时间窗车辆路径问题等多种变种，进一步拓展了其在复杂现实场景中的适配范围，为物流优化提供全面解决方案。

研学互通

车辆路径问题作为物流管理领域的优化问题，始终聚焦于“如何以最低成本、最高效率规划车辆行驶路径，实现多节点服务的精准覆盖”。从早期通过数学语言刻画车辆从配送中心出发、遍历客户点并返回的闭合路径，到如今融入无人机协同、实时需求波动、碳排放约束等复杂要素的智能系统，其研究范畴已从单一的路径优化，拓展至涵盖多模式运输、动态资源调度、可持续发展目标的综合决策体系。这一演进既呼应了电商物流爆发、新能源转型等产业变革需求，也依赖于运筹学理论、智能算法、物联网技术的交叉突破，形成了“实践需求驱动理论创新，技术进步反哺场景落地”的正向循环。

当前，车辆路径问题的研究正经历方法与技术的双重革新。在建模层面，动态网络流理论与鲁棒优化框架被广泛用于刻画交通拥堵、订单突变等不确定性。例如，通过实时交通数据构建时变路径成本矩阵，使配送计划的抗干扰能力显著提升。在算法层面，深度强化学习与智能算法结合，突破了传统算法的规模限制。在应用层面，无人机与地面车辆的协同调度、新能源汽车充电与路径联合优化等

方向，正推动物流系统向“低碳化、智能化、敏捷化”转型。

这些进展不仅提升了物流管理效率，更在应急救援、跨境电商等场景中起到了关键作用。如某应急物流系统通过动态车辆路径规划，将灾害响应时间大幅缩短。若想系统掌握车辆路径问题的学术脉络与创新方向，可重点研读以下文献：

(1) Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. Management Science, 6(1), 80 – 91.

这篇开创性论文首次提出了车辆路径问题，通过合理调度卡车以满足多个客户的需求，明确给出了问题的数学模型。Dantzig 与 Ramser 以现实运输问题为背景，奠定了车辆路径问题理论和应用的基础，是运筹学和物流优化领域首屈一指的经典之作，适合想要理解车辆路径问题起源和建模思想的读者。

(2) Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations Research, 12(4), 568 – 581.

这篇论文提出了著名的 Clarke-Wright 节约算法，大幅提升了车辆路径问题的实际求解效率。该算法通过计算配送点合并节省的成本，逐步优化路线。因其高效、易实现的表现被广泛应用，非常适合关注启发式算法的研究者研读。

(3) Laporte, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research, 59(3), 345 – 358.

这篇综述论文中系统总结了车辆路径问题的经典模型、主要算法，囊括了精确算法与启发式算法的演进。文章条理清晰、内容丰富，是入门车辆路径问题理论与实践的必读权威资料。

(4) Fukasawa, R., He, Q., Santos, F., & Song, Y. (2018). A joint vehicle routing and speed optimization problem. INFORMS Journal on Computing, 30(4), 694 – 709.

这篇论文提出了一个联合的车辆路径和速度优化问题，最小化包括燃料成本在内的总运营成本，并提出了一个新的集合划分形式和一种分支定价切割算法来解决这个问题，为标签算法引入了新的支配规则，以便能够高效地解决定价问题。

(5) Costa, L., Contardo, C., & Desaulniers, G. (2019). Exact branch-price-and-cut

algorithms for vehicle routing. Transportation Science, 53(4), 946－985.

这篇综述论文中，重点阐述了多年来在车辆路径问题的分支定价切割算法方面的主要方法和建模贡献，关注的是与经典车辆路径问题相关的问题，即那些客户必须由多辆有载货能力的卡车来服务。对分支定价切割算法感兴趣的读者，推荐阅读。

(6) Vidal, T., Laporte, G., & Matl, P. (2020). A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants. European Journal of Operational Research, 286(2), 401－416.

这篇论文对车辆路径问题的变体进行了简要概述，并考虑相关的目标和性能指标、将车辆路径评估与其他战术决策相结合，以及捕捉现代供应链中精细但至关重要的方面，推荐对车辆路径问题的变体感兴趣的读者阅读。

(7) Nguyen, M. A., Dang, G. T.-H., Hà, M. H., & Pham, M.-T. (2022). The min-cost parallel drone scheduling vehicle routing problem. European Journal of Operational Research, 299(3), 910－930.

这篇论文考虑最小成本并行无人机调度车辆路径规划问题，是并行无人机调度旅行商问题的变体。文章还开发了一种新的算法，感兴趣的读者可以仔细研读。

思行经世：车辆路径问题的绿色转型与全球治理探索

中欧班列的“零碳物流走廊”建设，是车辆路径问题在国际供应链中的创新实践。该项目通过多式联运协同优化，将传统模型中的“车辆路径”扩展为“能源-运输-贸易”的复合系统。具体而言，氢能牵引机车的规模化应用使单趟运输碳排放显著减少，光伏铁轨一体化设计年供电量可满足上万列次需求，而区块链碳账本系统则实现了跨境运输碳足迹的全流程可追溯。这一平台的建立不仅提升了物流链的透明度，也加强了碳资产管理，为全球企业应对碳关税和绿色贸易壁垒提供了有力支撑。

这种多目标优化策略，不仅使中欧班列在欧盟碳关税机制下获得更多的产品溢价，更通过“动态生命周期评估法”推动国际碳核算标准的重构，打破了西方

在碳定价领域的长期垄断。通过这种方法，中欧班列不仅提高了运输效率，缩短了跨区域物流时效，同时还大幅减少了温室气体排放，为全球供应链的可持续发展注入了新动能，实现了环境保护和经济效益的双赢格局。

在国内，京东物流的“亚洲一号”智能园区也展现了车辆路径问题的另一种解决思路。其智能调度系统在优化千万级订单路径时，强制植入“新能源车辆优先派单”、“碳排放配额管理”等绿色约束条件，使园区仓储环节碳排放强度较传统模式大幅下降。这一“绿色约束下的效率提升”与国家“双碳”战略形成共振——通过分布式光伏发电和储能系统，园区 2021 年实现自主中和 40%的碳排放，剩余部分则通过购买 CCER 进行抵消。值得关注的是，该模式已被纳入《公路水路零碳交通试点工作方案》，成为全国 20 个零碳交通样本之一，标志着车辆路径问题的求解层级从企业实践提升至国家战略高度。这种创新实践不仅大大提升了智能物流和绿色仓储水平，也推动了行业整体向低碳转型升级。

此外，中欧班列的“零碳物流走廊”建设还引发了对全球供应链的新思考。通过集成氢能机车、光伏铁轨、绿色能源管理、区块链碳溯源等多项前沿技术，中欧班列实现了生产端到消费端的碳足迹全流程可追溯，极大增加了运输过程的透明度和可控性。这种全链条的碳管理手段不仅在欧盟市场上赢得了显著的竞争优势，还为全球其他地区提供了一个绿色物流模式的可复制范本，推动着全球物流行业向更加智能、低碳和高效的方向发展。

中欧班列和京东物流的这些创新实践，不只是车辆路径问题在供应链管理中的应用升级，更是我国在智慧物流与绿色发展领域探索“双赢”新路径的重要标志。通过多目标优化和绿色约束下的效率提升，两者均实现了降碳与增效共进，在国内外产生了广泛影响，为未来全球供应链管理和可持续发展提供了新的思路和方法。随着绿色技术的不断进步和应用，预计类似“零碳物流走廊”的案例将在全球范围内逐步推广，成为推动绿色发展的强有力引擎。

习题

习题 11.1 某配送中心（编号为 0 节点）承担着为八位客户（编号为 1 至 8 节点）提供货物配送的重任。现拥有 2 辆配送车辆，每辆车的最大载重为 20 吨。

各客户的货物需求量（吨）以及客户之间的距离（千米）详见表 11.4 和表 11.5。采用遗传算法对车辆的配送路径进行优化设计，在满足每辆车载重限制的前提下，最大程度地缩短总行驶距离。

表 11.4 习题 11.1 中的客户货物需求量表

客户	1	2	3	4	5	6	7	8
需求量	3	4	5	2	6	3	4	2

表 11.5 习题 11.1 中的各客户间距离表

节点	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	5	6	8	7	9	6	5	7
1	5	0	3	4	6	5	4	3	5
2	6	3	0	2	5	4	3	4	6
3	8	4	2	0	3	2	3	5	7
4	7	6	5	3	0	4	5	6	8
5	9	5	4	2	4	0	3	4	6
6	6	4	3	3	5	3	0	2	4
7	5	3	4	5	6	4	2	0	3
8	7	5	6	7	8	6	4	3	0

习题 11.2 某物流配送中心位于坐标(0,0)，承担着向 8 个客户点进行货物配送的任务。每个客户点的具体位置坐标及所需配送的货物需求量（吨）详见表 11.6。配送车辆的最大载重为 10 吨，行驶速度为每小时 40 公里，每公里的运输成本为 2 元。请完成以下问题：

表 11.6 习题 11.2 中的客户点位置及货物需求量表

客户点	坐标	需求量
A	(2,4)	2
B	(5,3)	3
C	(3,7)	4

D	(6,5)	3
E	(8,2)	2
F	(4,1)	3
G	(1,5)	3
H	(7,4)	2

（1）计算各客户点相对于配送中心的极坐标（极径和极角），并将极角按从小到大的顺序排列（极角范围为 0°至 360°）。

（2）采用扫描算法对客户进行分组，规划出最佳的车辆配送路径，确保每辆车的载重尽量接近但不超过 10 吨。

（3）根据两点间距离公式（$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$），计算每条配送路径的行驶距离（以公里为单位，并保留两位小数）。

（4）基于距离和运输成本，计算每条路径的运输费用，并统计所有路径的总运输成本。

（5）若配送时间限制为 1 小时，判断各条路径能否在规定时间内完成配送，并说明原因。

习题 11.3 在大规模车辆路径问题的求解过程中，精确算法虽然能够获得最优解，但由于计算量巨大，常常难以实际应用。而近似算法则以其快速性具有优势，但其解的质量时常不稳定，存在较大差异。请思考如何将多种启发式算法与元启发式算法结合，形成一套高效的混合算法，以在保证较快运算速度的同时，提高求解结果的可靠性和优越性，从而更好地应对规模庞大的车辆路径问题。

习题 11.4 在物流配送中，当不同货物具有不同优先级时，如何对车辆路径问题的模型设计与算法方案进行调整优化？请思考并提出有效措施，确保高优先级货物能够在保证配送效率的同时，优先、可靠地驶达目的地，从而实现满足紧急需求和优化整体配送效果的双重目标。