经典运筹学问题与模型

(Models for Classical Operations Research Problems)

主讲人：朱晗
东北财经大学 管理科学与工程学院
hanzhu@dufe.edu.cn

感谢东北大学系统工程研究所课程组

车辆路径问题(Vehicle Routing Problem)

- VRP问题定义
- VRP背景及应用
- VRP问题的分类
- VRP问题数学模型
- VRP算法类型及简要介绍
- VRP研究的举例

VRP问题

- 所谓的VRP问题，可以描述如下：

对一系列发货点或收货点，组织适当的行车路线，使车辆有序地通过它们，在满足一定的约束条件(如货物需求量、发送量、交发货时间、车辆容量限制、行驶里程限制、时间限制等) 下，达到一定的目标(如路程最短、费用最小、时间尽量少、使用车辆尽量少等)。

VRP的背景及应用

- 车辆路径问题是由G.Dantzig和J.Ramser于1959年首先提出来的,很快引起运筹学、管理学、计算机应用、组合数学、图论等学科的专家学者的高度重视。

- 其研究结果在运输系统、物流配送系统、快递收发系统中都已得到广泛应用。

VRP问题的分类

- 按任务特征分类

  装货问题(Pure Pick Up)、卸货问题(Pure Delivery)及装卸混合问题(Combined Pick Up and Delivery)

- 按任务性质分类

  有对弧服务问题(如中国邮递员问题)和对点服务问题(如旅行商问题) 以及混合服务问题(如交通车路线安排问题)

- 按车辆载货状况分类

  有满载问题和非满载问题

- 按车场数目分类

  有单车场问题和多车场问题

VRP问题的分类

- 按车辆类型分类

  有单车型问题和多车型问题

- 按车辆对车场的所属关系分类

  有车辆开放问题(车辆可不返回车场)和车辆封闭问题(车辆必须返回车场)

- 按已知信息的特征分类

  有确定性VRP和不确定性VRP,其中不确定性VRP 可进一步分为随机VRP(SVRP)和模糊VRP(FVRP)

VRP问题的分类

- 按优化目标数来分类

  有单目标问题和多目标问题

- 按约束条件分类

  1. 有距离约束的VRP问题(Distance Constrained Vehicle Routing Problem)
  2. 有能力约束的VRP问题(Vehicle Routing Problem with Capacity Restriction)
  3. 有等需求问题(Equal Demand)和非等需求问题(Unequal Demand)
  4. 有时间窗的VRP问题(Vehicle Routing Problem with Time Window)

     该问题中还包括柔性时间窗约束和刚性时间窗约束

VRP问题的数学模型

(1)问题

从一个配送中心出发，向多个客户点送货，然后在同一天内返回到该配送中心，要安排一个满意的运行路线。

(2)已知条件

1. **配送中心拥有的车辆台数m及每辆车的载重量（吨位）为** $W_i(i=1,2,\ldots,m)$
2. **需求点数为*n*及每个点的需货量为** $R_i(i=1,2,\ldots,n)$
3. **配送中心到各需求点的费用及各需求点之间的费用为** $c_{ij}(i=0,1,2,\ldots,n;j=0,1,2,\ldots,n;\ i,j=0$表示配送中心）

VRP问题的数学模型

(3)目标

各车辆行走的路径使总运输费用最小。

(4)模型中符号定义

1. **收货点i的货物量需求为R_i**
2. **车辆k的容量限制 W_k**
3. **决策变量**

$$X_{ijk}=\begin{cases}1 & \text{第}k\text{辆车从点}i\text{到点}j\\ 0 & \text{否则}\end{cases}\qquad i\neq j;\quad i,j=0,1,\ldots,n;\quad k=1,2,\ldots,m$$

$$Y_{ki}=\begin{cases}1 & \text{需求点}i\text{由车辆}k\text{送货}\\ 0 & \text{否则}\end{cases}\qquad i=1,2,\ldots n;\quad k=1,2,\ldots,m$$

VRP问题的数学模型

数学模型为：

$$Min \quad z = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{K} C_{ij} X_{ijk}$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{n} R_i Y_{ki} \le W_k \quad k = 1,2,\ldots,m; \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{ki} = 1 \qquad i = 1,2,\ldots,n; \qquad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{n} X_{ijk} = Y_{kj} \quad j = 1,2,\ldots,n; k = 1,2,\ldots$$

$$\sum_{j=0}^{n} X_{ijk} = Y_{ki} \quad i = 1,2,\ldots,n; k = 1,2,\ldots,K; \quad (4)$$

$$Y_{ki} = 1或0 \qquad i = 1,2,\ldots,n; k$$

$$X_{ijk} = 1或0 \quad i,j = 0,1,2,\ldots,n$$

每辆车所运送的货物量不超过其载重量

每个需求点由且仅由一辆车送货

若客户点j由车辆k送货，则车辆k必由某点i到达点j

若客户点i由车辆k送货，则车辆k送完该点的货后必到达另一点j

VRP算法类型及简要介绍

精确解法

- 分枝定界法(Branch and Bound Approach)
- 割平面法(Cutting Planes Approach)
- 网络流算法(Network Flow Approach)
- 动态规划算法(Dynamic Programming Approach)

启发式算法

- 构造算法(Constructive Algorithm)
- 两阶段算法(Two Phase Algorithm)
- 亚启发式算法(Metaheuristics Algorithm)

C-W节约算法

算法的思想：

假定有n个访问地，把每个访问地看成一个点，并取其中的一个点作为基点。首先将每个点与基点相联接，构成线路1 - j - 1(j = 2，3,…,n)这样就得到一个具有n-1条线路的图。旅行者按照此路线访问的n个点所走的路程总为 $z=2\sum c_{1j}$ 其中c_{1j} 为点1到点j(j = 2，3,…,n)的路段长度，这里假定$c_{1j}=c_{j1}$（对所有点j）。若联接点i和j,即使旅行者走弧(i,j),所节约的路程值(i,j)可计算如下：$s(i,j)=2c_{1i}+2c_{1j}-(c_{1i}+c_{1j}+c_{ij})$。对不同的点对s(i,j)越大，所节约的路程越多，因此应优先将这段弧插入到旅行线路中。

C-W节约算法

算法的步骤

(1)选取基点，将基点与其他各点联接，得到n-1条线路1-j-1(j＝2，3,…,n)

(2)对不违背条件的所有可联接点对(i,j)计算节约值 $s(i,j)=c_{1i}+c_{1j}-c_{ij}$

(3)将所有的s(i,j)按其值由大到小排列。

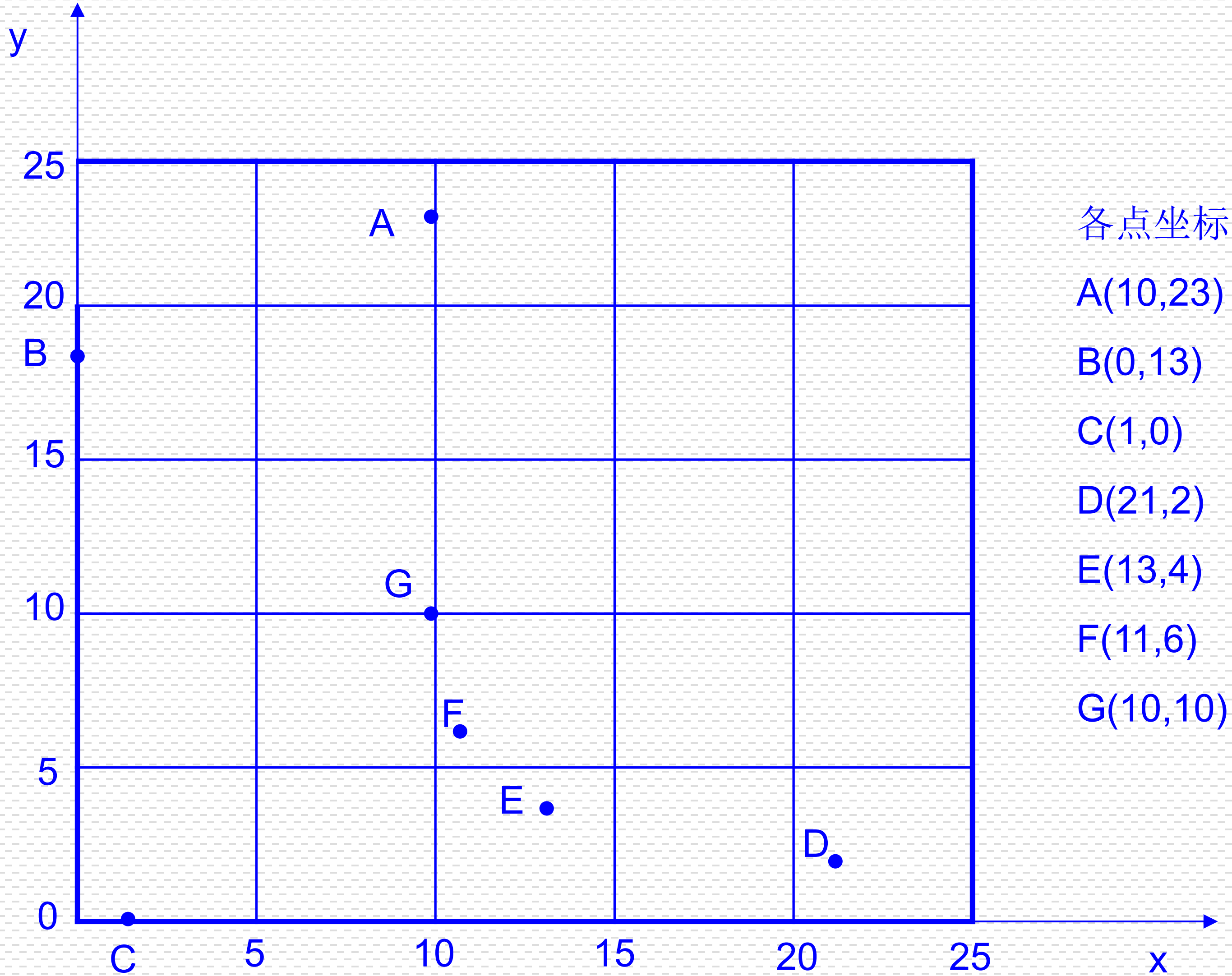
(4)按s(i,j)值的上述顺序，逐个考察其端点i和j，若满足以下条件，就将弧(i,j)插入到线路中。其条件是：

1) 点i和点j不在一条线路上
2) 点i和点j均与基点相邻。

(5)返回步骤(4),直至考察完所有的弧为止。

通过上面的步骤，使问题的解逐步得到改善，最后达到满意解。

例：用C-W节约算法求解下述TSP问题，已知访问点的位置如下所示



各点坐标：

A(10,23)

B(0,13)

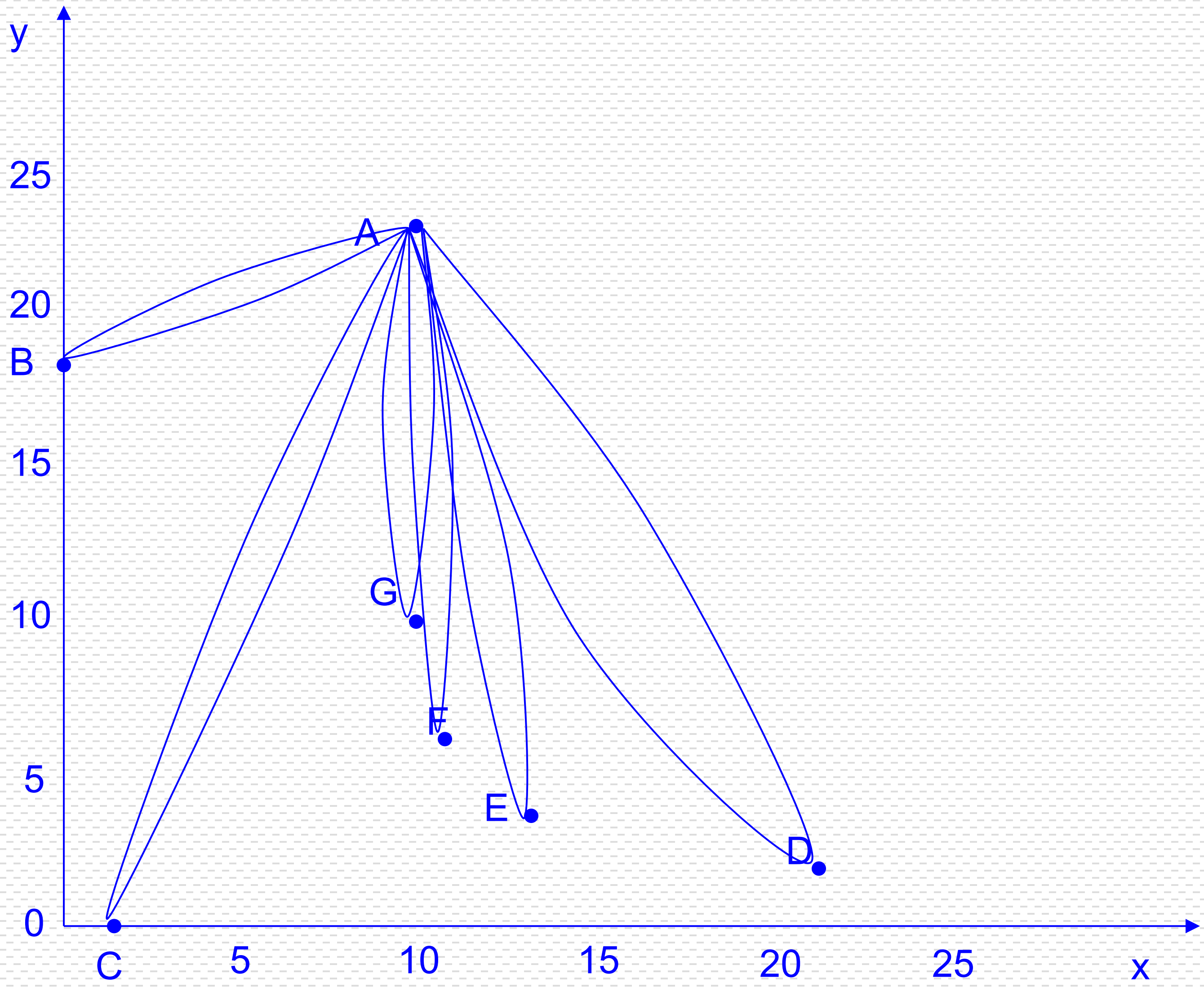
C(1,0)

D(21,2)

E(13,4)

F(11,6)

G(10,10)



y
25
20
B
15
10
5
0
A
G
F
E
D
C
5
10
15
20
25
x

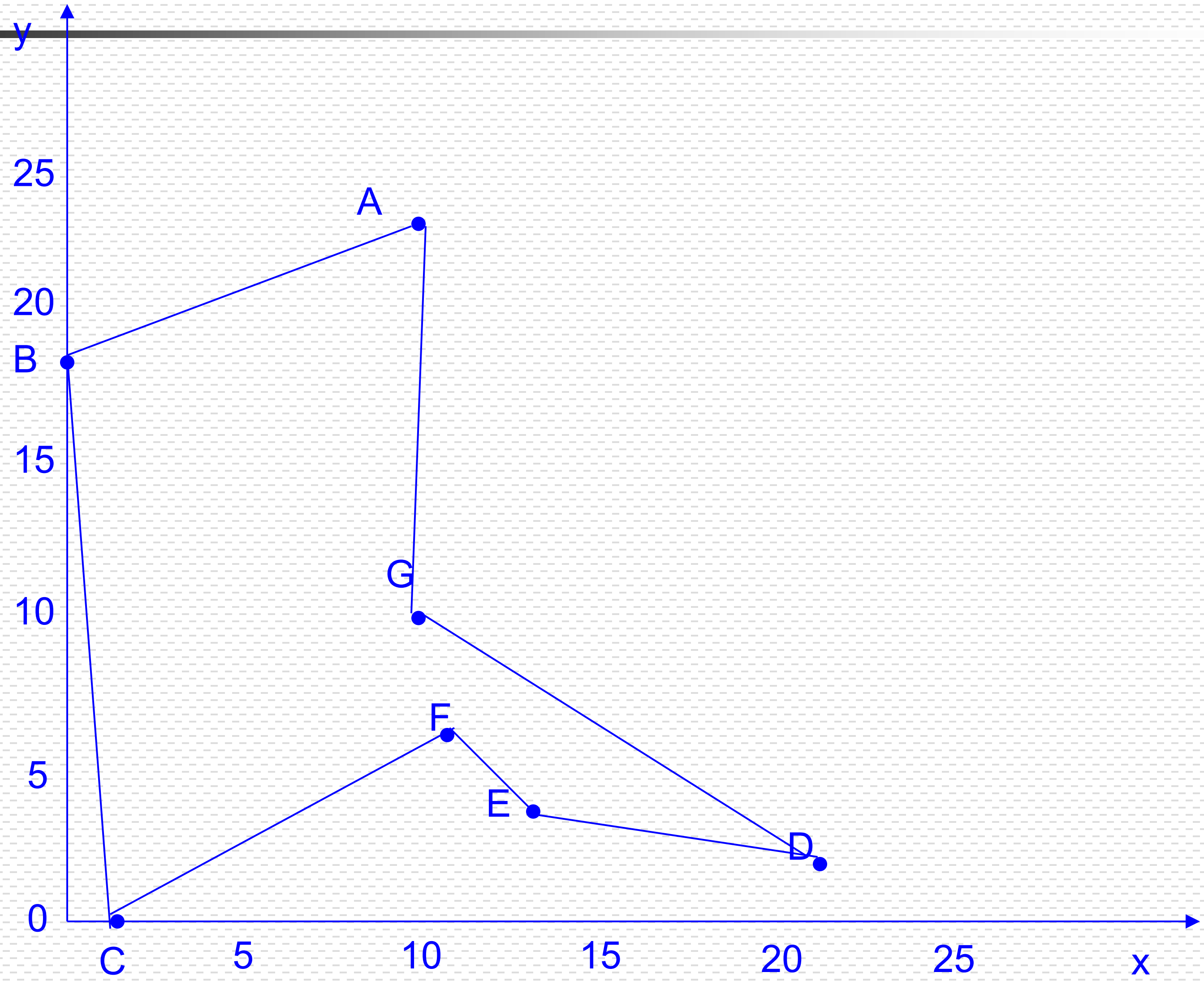
各点对之间的距离，$c_{ij}=c_{ji}$

从 \ 到	A	B	C	D	E	F	G
A	0	14.14	24.7	23.71	19.24	17.03	13.00
B		0	13.04	23.71	15.81	13.04	10.44
C			0	20.10	12.65	11.66	13.45
D				0	8.25	10.77	13.60
E					0	2.83	6.71
F						0	4.12
G							0

按各段弧节约值由大到小的顺序进行排列

序号	弧	节约值	序号	弧	节约值
1	(D,E)	34.70	9	(E,G)	25.53
2	(E,F)	33.44	10	(C,G)	24.25
3	(C,E)	31.29	11	(D,G)	23.11
4	(C,F)	30.07	12	(B,F)	18.13
5	(D,F)	29.97	13	(B,E)	17.57
6	(C,D)	28.31	14	(B,G)	16.70
7	(F,G)	25.91	15	(B,D)	14.14
8	(B,C)	25.80			

序号	弧	线路及说明	插入该弧的节约值
0		A-B-A,A-C-A,A-D-A,A-E-A,A-F-A,A-G-A	
1	(D,E)	A-B-A,A-C-A,A-D-E-A,A-F-A,A-G-A	34.70
2	(E,F)	A-B-A,A-C-A,A-D-E-F-A,A-G-A	33.44
3	(C,E)	E点与基点A不相邻，不插入	0
4	(C,F)	A-B-A,A-D-E-F-C-A,A-G-A	30.07
5，6	(D,F) (C,D)	这些点已在同一条线路上	0
7	(F,G)	F点与基点A不相邻，不插入	0
8	(B,C)	A-D-E-F-C-B-A,A-G-A	25.8
9，10	(E,G) (C,G)	E点、C点与基点A不相邻，不插入	0
11	(D,G)	A-G-D-E-F-C-B-A	23.11



最后得到的线路为A-G-D-E-F-C-B-A，线路总长度为76.52

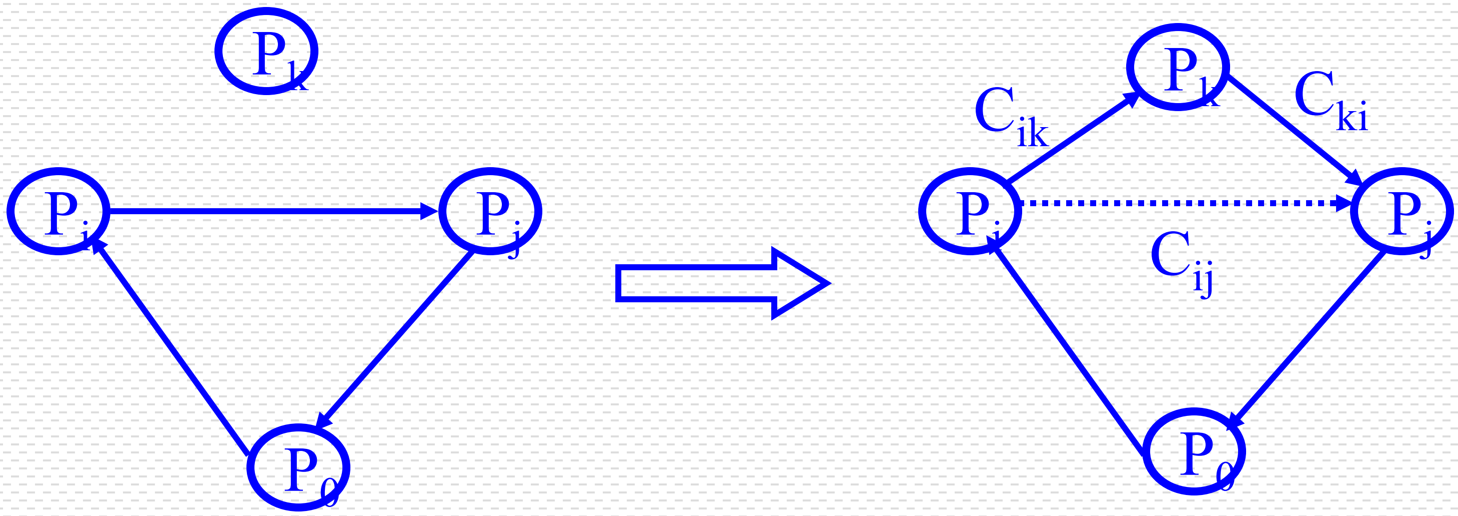
插入法

算法思想

在已有的路径中插入别的需求点，从而不断扩大配送路径，在插入其他需求点时，需检验是否满足最大运距约束、最大载重量约束和作业时间约束等条件。

算法步骤

1. 分别对于每台配送车辆适当选择客户群。
2. 在配送中心与客户群之间构筑路径，以此作为初始路径。
3. 对于客户群之外的客户k按照适当顺序，在具有实施可能性而且使总的费用增加最小。



由此带来的费用：$\Delta_{ij}^{k}=c_{ik}+c_{kj}-c_{ij}+\alpha V_j^k$

其中V_j^k为插入客户k时，客户j的等待时间增量

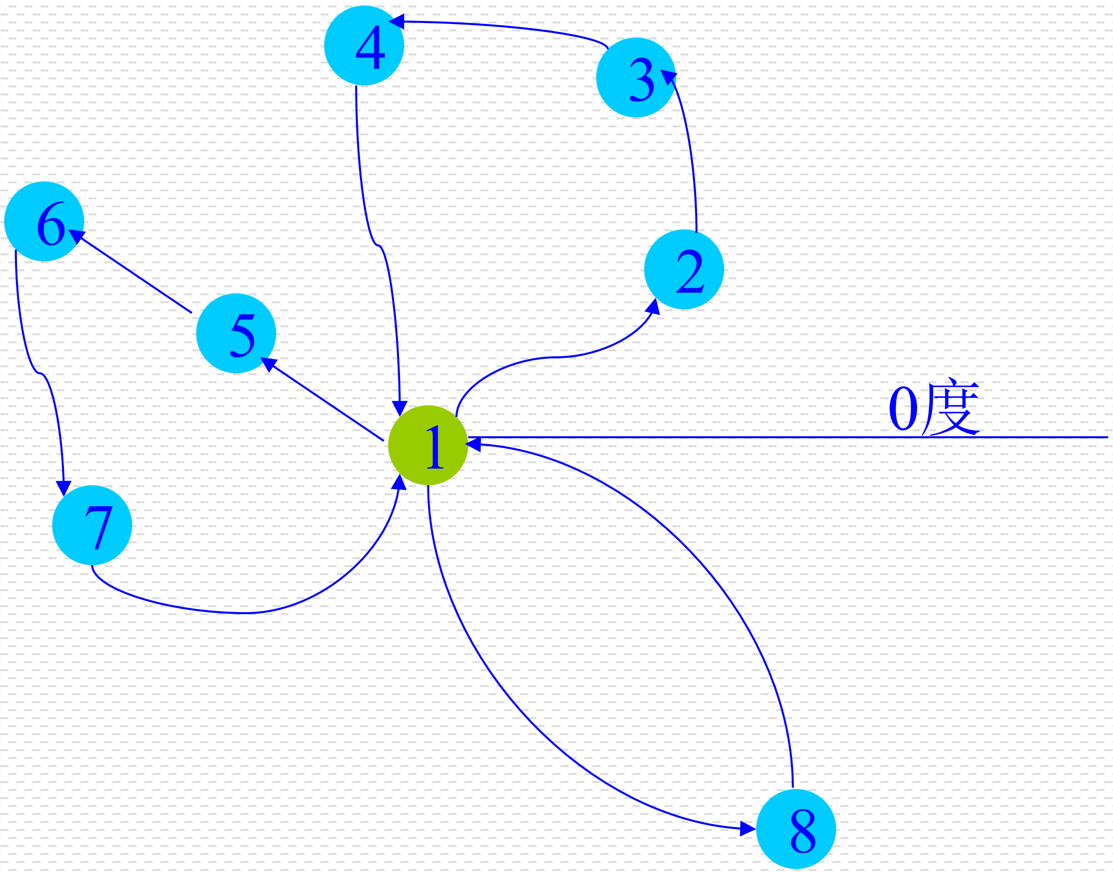
Sweep算法

算法思想

顾客点的位置以极坐标给出。仓库假设在原点的位置，客户点按照角度的逐步增加被排序，如果两个点有同样的角度，那么半径小的先访问。然后在满足可行性条件的前提下,按角度大小归并到不同的子路径中,最后再根据TSP的优化算法对所得到的子路径进行优化。

算法步骤

1. **从仓库出发。**
2. **在目前的车辆路径中加入目前序号最小的顾客点，如果车辆超载了，选择一个新的车辆，回到步骤1**
3. **重复步骤2直到所有的客户点都被访问。**
4. **构造完初始路径后，通过交换路径中的节点来改善调度。**



4
3
6
2
5
0度
1
7
8

先路径后分组算法

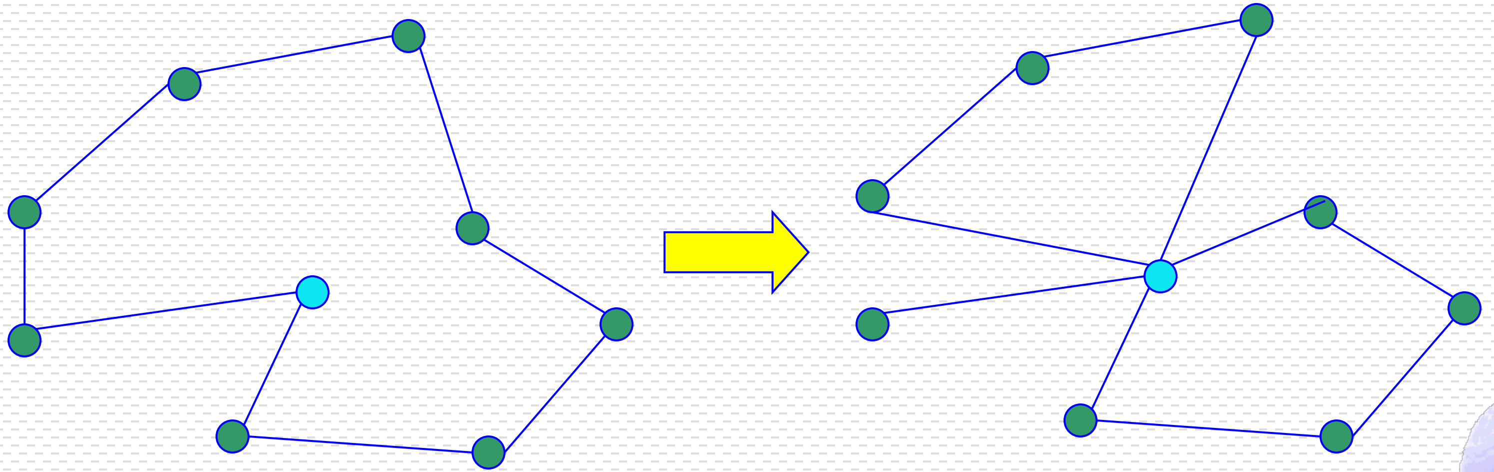
算法思想

先松弛模型中关于车辆载重和距离等的约束，构造一个或几个很长的路径，然后把这些很长的线路分解成一些短而可行的线路。

算法步骤

1. 寻求对于每个节点通过一次且只通过一次的巡回路径。
2. 在满足步骤1上的路径中节点的连续性和给定的条件（最大装载量或最大距离）下进行分组。
3. 确定各组需求点的最优访问顺序。

常用的分组方法有集合划分算法(Set Partitioning Approach)、集合覆盖算法(Set Covering Approach)、最优划分法(Optimal Partitioning Method)和填充曲线法(Spacefilling Curve Method)



先分组后路径算法

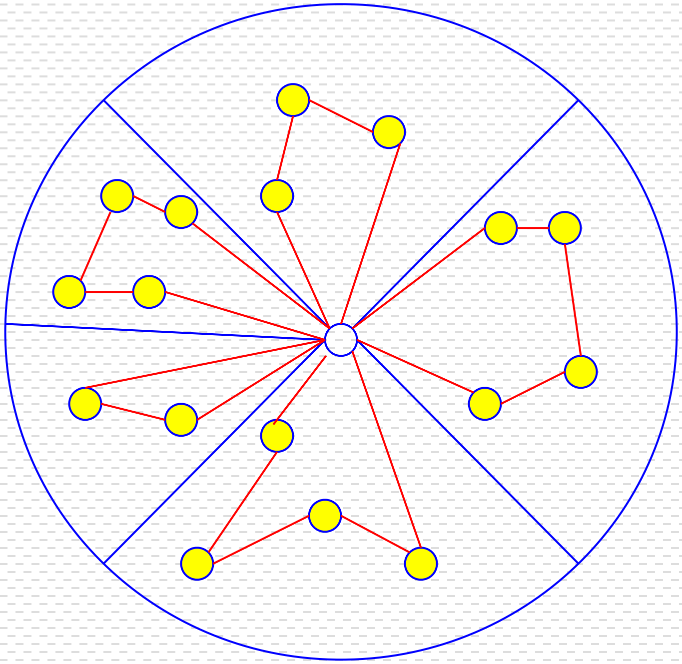
算法思路

这种方法先按节点和/或弧的要求进行分组或划群，然后对每一组设计一条经济的路线。

算法步骤

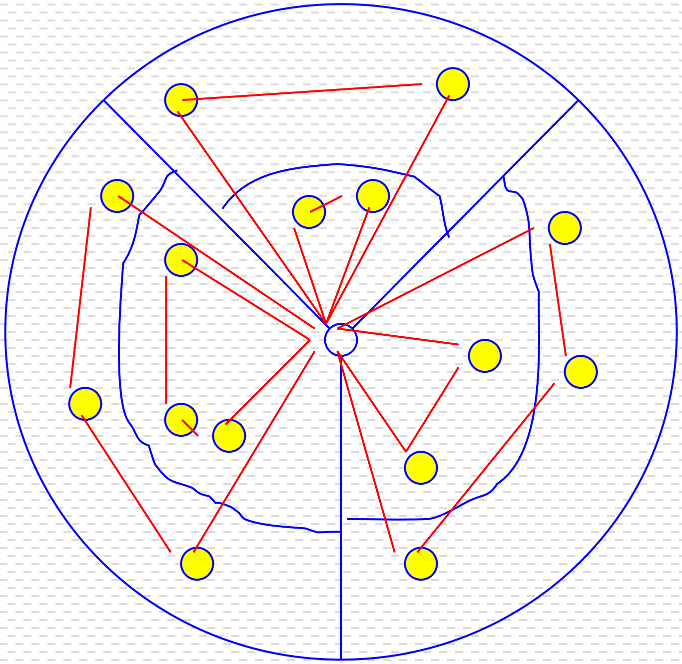
1. **先将客户按其地理位置和需求量合理地分成若干组，每组客户的需求总量不超过配送车辆的装载限量。**
2. **对各组加上仓库求巡回路径**

领域分派法



Gillett&Miller的

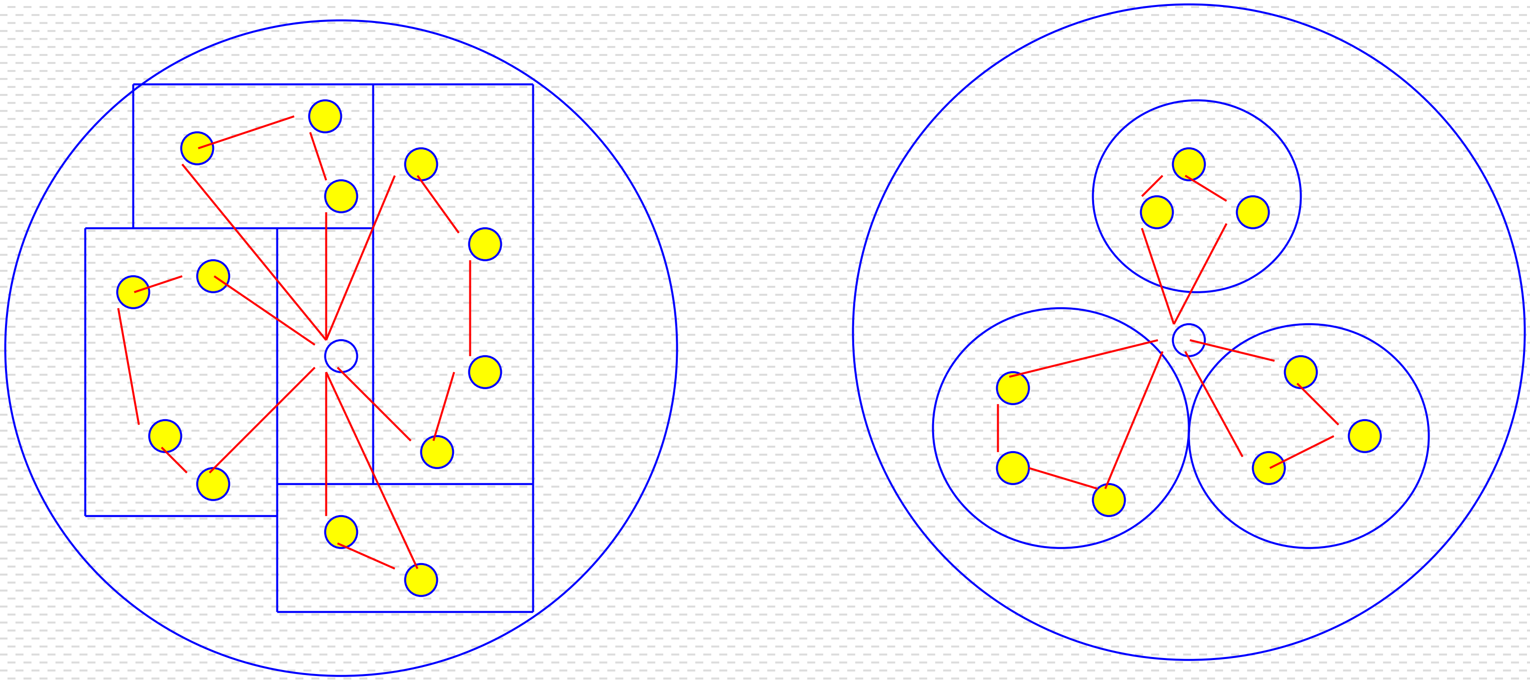
扇形分派法



Marchetti&Spaccamela的

极线分派法

领域分派法



Karp的

矩形分派法

Haimovitch&Rinnooy Kan的

圆形分派法

近年来关于VRP的研究

国内关于VRP研究的特点是：

(1)所研究的问题类型确定性占大多数。

(2)开始使用蚁群算法、粒子群、免疫算法等新的启发式算法解决VRP问题。

(3)研究具有时间窗约束的VRP。

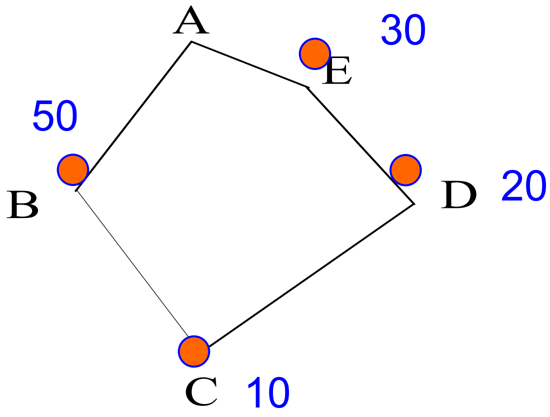
(4)我国开始研究关于开路式VRP，但是文献非常少，仅1篇。

近年来关于VRP的研究

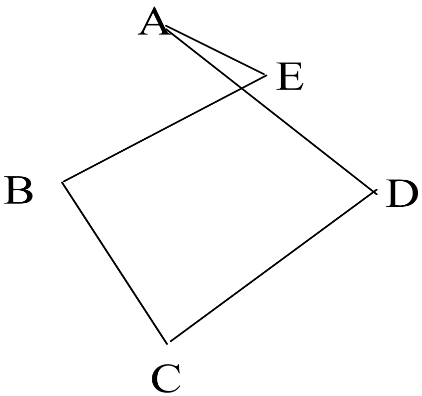
国外关于VRP研究的特点是：

国外对VRP问题研究比国内早大约30余年，因此国外关于VRP问题的文献相当丰富，而且对该问题的研究还有逐年增加的趋势。国外的VRP研究主要集中在新的约束条件或新的问题实例下VRP的建模及快速求解方法上，来更好的适用于不同的实际情况。

实例--高速公路收费



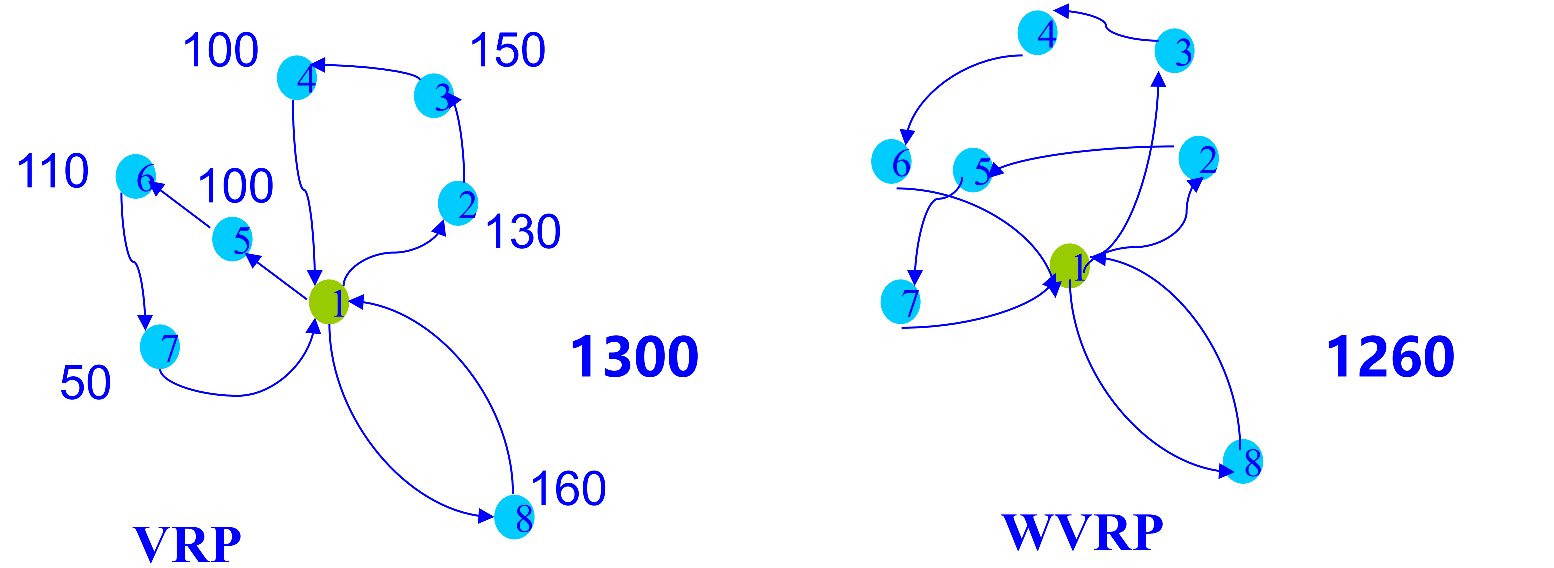
最短距离的路径



最少费用的路径-WTSP

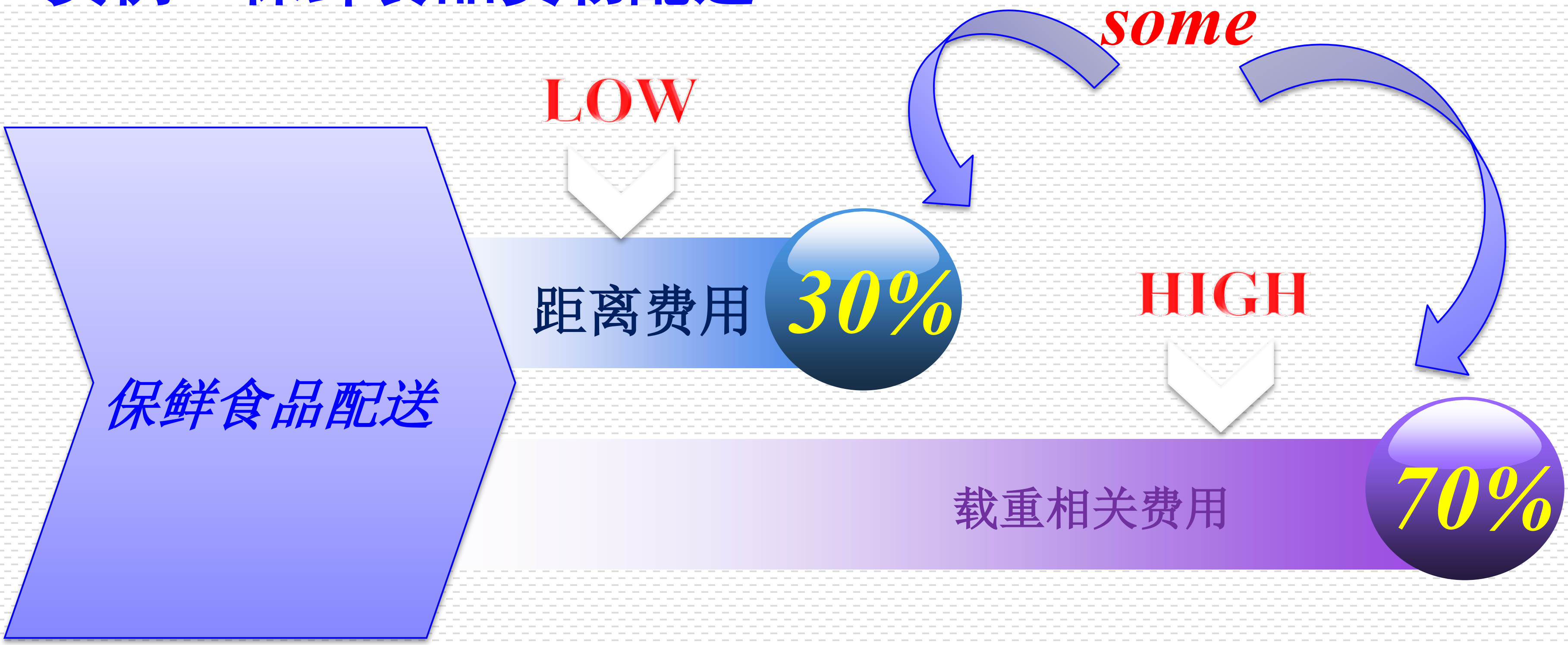
长途大型货车通过高速公路在不同城市间卸载送货,高速公路收费不仅考虑距离,更考虑在两个城市之间行驶时载重量;

实例—货物配送



考虑了车辆在两个顾客之间行驶时载重量的影响；需求量较大的顾客拥有较高的车辆运输优先权

实例—保鲜食品货物配送



运输路径的确定不仅需要考虑距离的费用，更需要考虑保鲜需要的付出及尽可能低的损失

实例—危化用品的配送

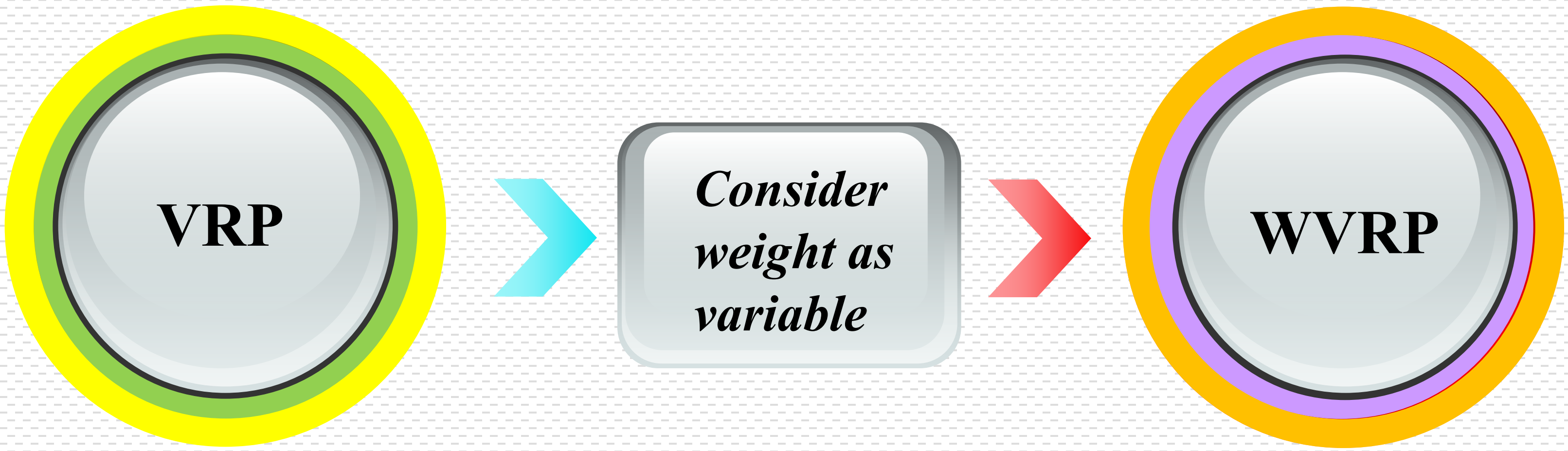
Dangerous goods

运输路径的确定不仅需要考虑距离，更需要考虑降低危险和和造成的损失

实例—耗油和碳排放、节能减排目标

在节能减排的政策和目标下，最短路径并非最小的耗油和碳排放

■ *WVRP 问题建模*



vehicle routing problem

weighted vehicle routing problem

Extended Interpretation of “weight” and “cost”

Weight

- Number or values of objects
- Importance of customers

Cost

- Minimum emission/petrol consumption
- Minimum risk of dangerous goods’ delivery loss
- Maximum utility
- Satisfaction degree, values or benefits of delivering customers

■ WVRP的一般性描述

系数不再为1

单位运距单位运量费用之和

目标函数值

$$Min\cos t = C_l \sum \sum d_{ij} \sum x_{ijk} y_{ijk}$$

- 建模是否适用,是否有效,适用于场合?
- 现实意义及现实的权重的经济与管理解释?
- NP-HARD 问题,如何求解?

$j \in V_c$ $j \in V_c$

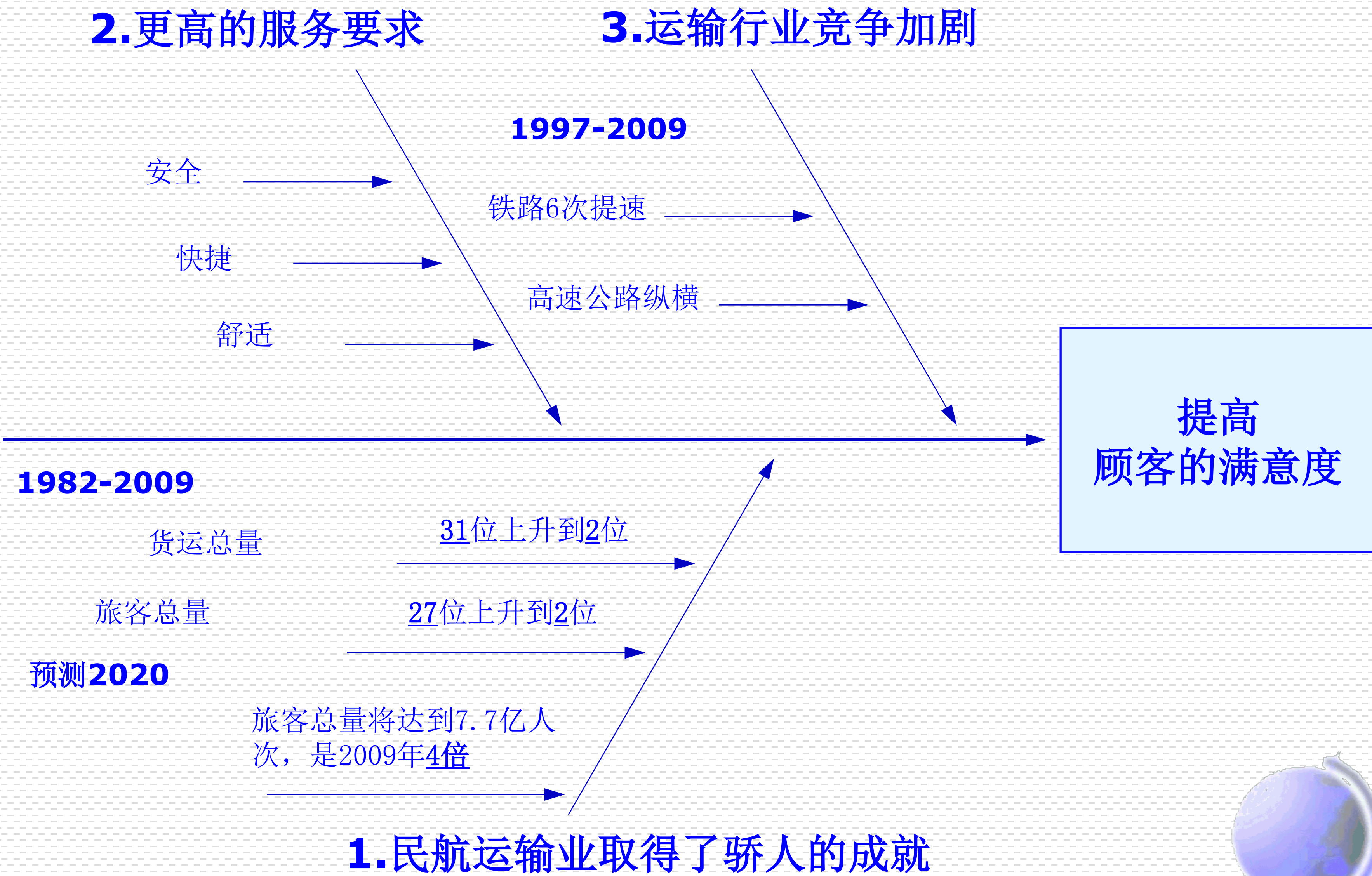
$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \le |S| - 1, \forall S \subseteq V_c, 2 \le |S| \le n, \forall k \in K,$$

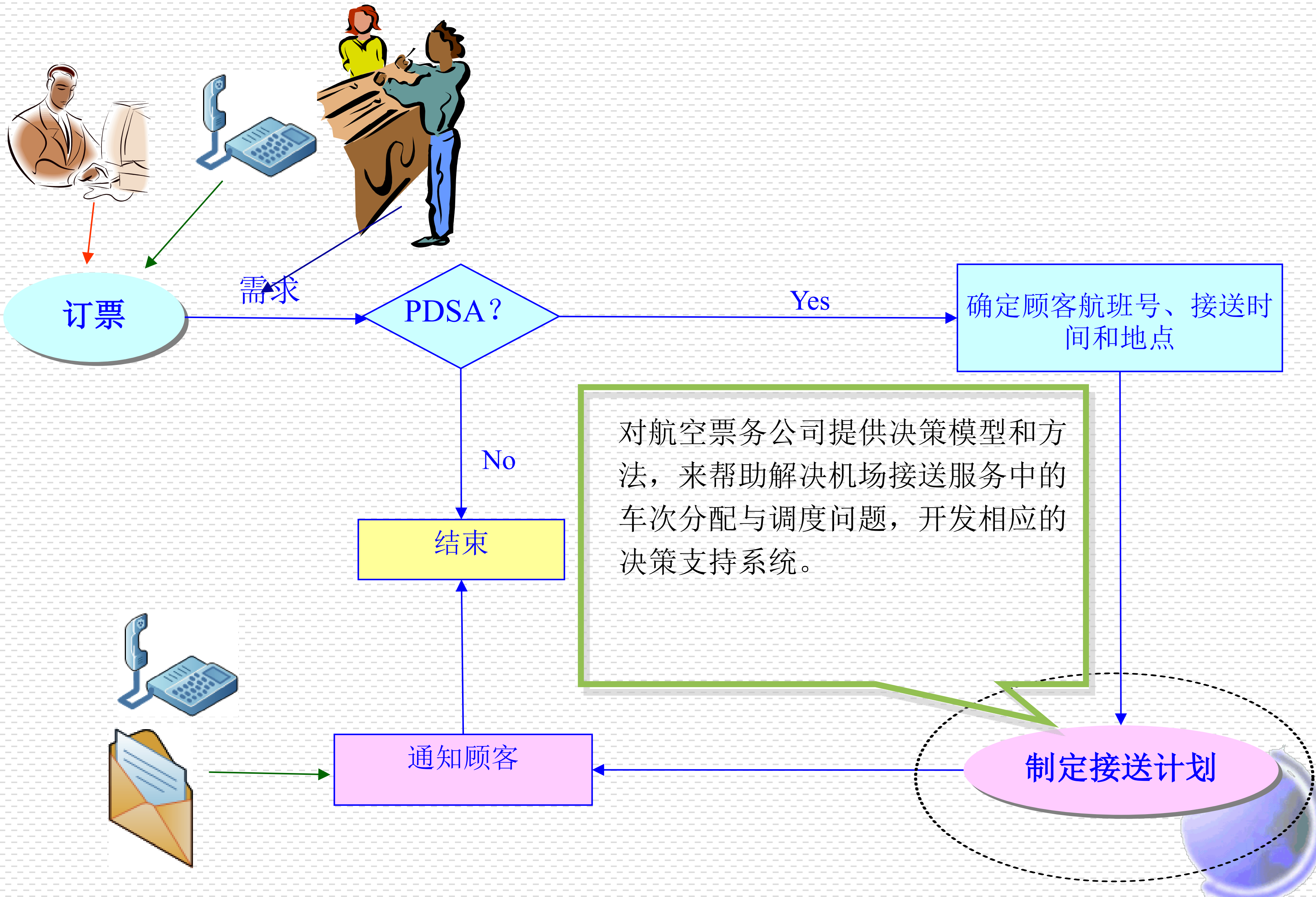
变量间关系

$$\sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (x_{jik} y_{jik} - x_{ijk} y_{ijk}) = q_i, \forall i \in V_c,$$

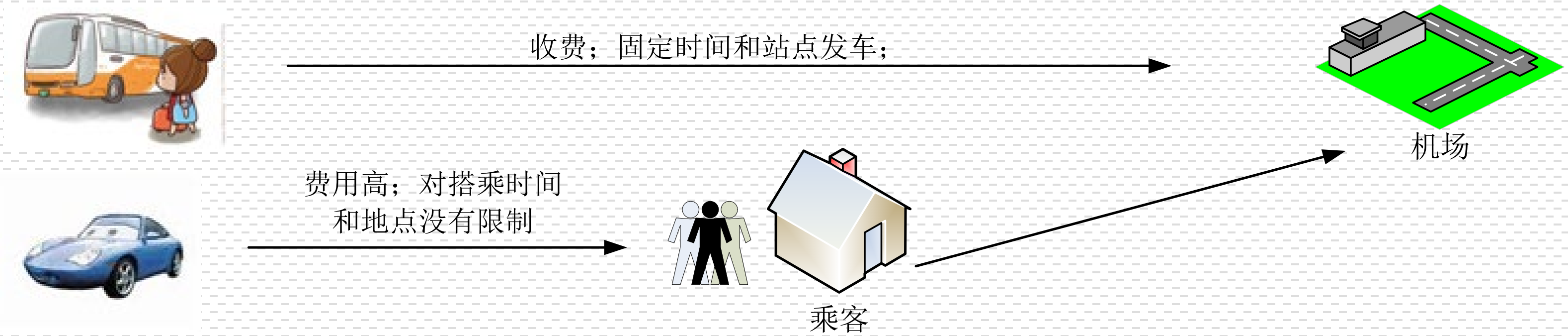
$$0 \le y_{ijk} \le Q x_{ijk}, \forall i, j \in V, k \in K, \quad x_{ijk} \in \{0,1\}, \forall, i, j \in V, k \in K.$$

航空票务公司免费机场接送服务

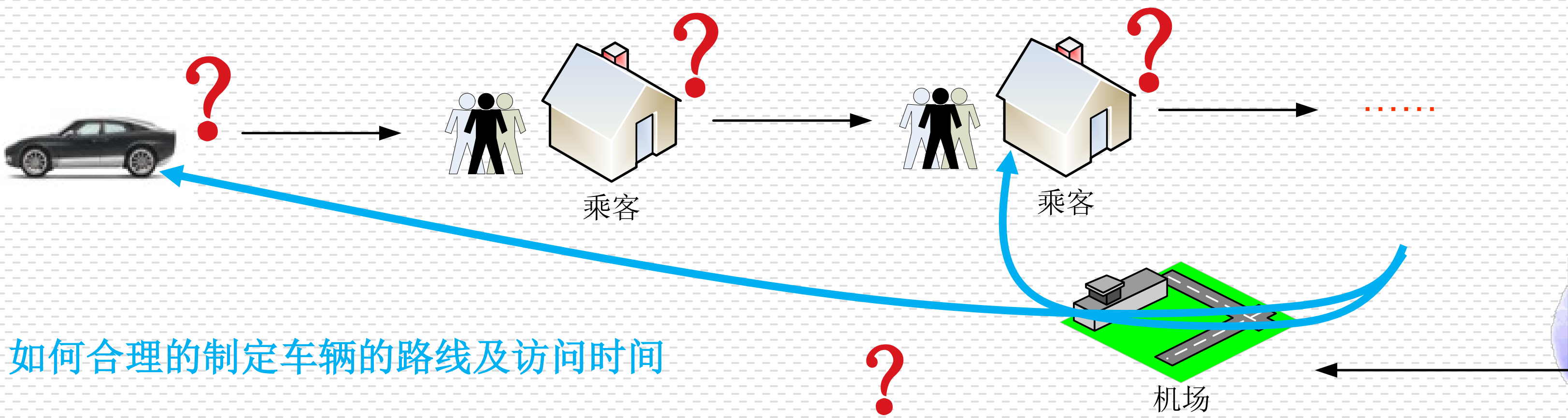



订票
需求
PDSA？
Yes
确定顾客航班号、接送时间和地点
No
结束
对航空票务公司提供决策模型和方法，来帮助解决机场接送服务中的车次分配与调度问题，开发相应的决策支持系统。
通知顾客
制定接送计划

- 以往顾客在代售点买票，通过机场巴士和的士往返于机场



- 航空票务公司(Flight Tickets Sales Companies, FTSC)推出免费上门接送顾客到机场的服务项目(简称为：机场接送服务，[Pick-up and Delivery Service to Airport, PDSA])



如何合理的制定车辆的路线及访问时间

机场接送服务

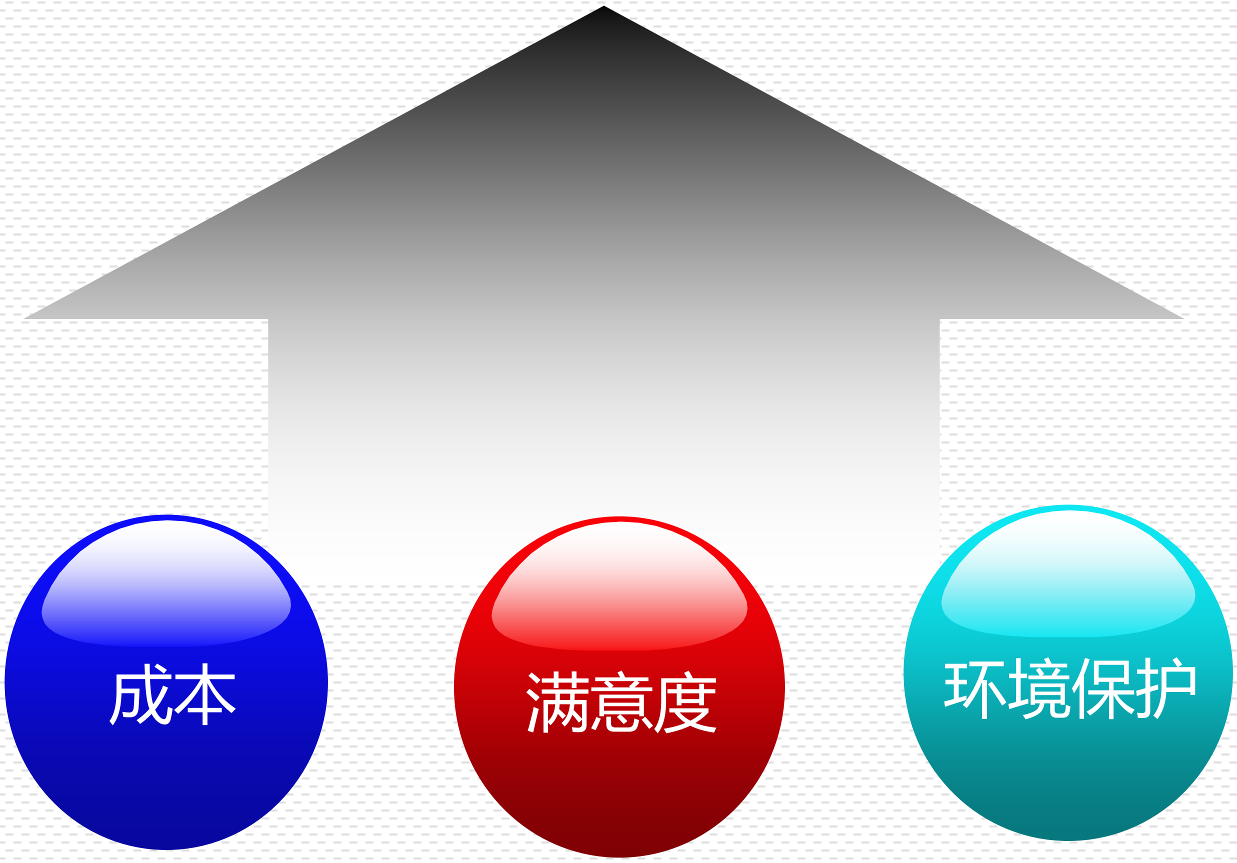
机场接送服务以多样化的优质服务挖掘更多的潜在顾客。如何尽可能降低成本（车次分配与调度问题）成为该服务是否能够成功运营的关键所在。但更需要以减少顾客的不便利性，设定和提高顾客的满意度（车次调度问题），吸引更多的顾客。

◆车次分配与调度问题(Vehicle Allocation and Scheduling Problem, VASP)是根据顾客的基本信息对派出车辆的数量，每个车辆需要接送哪些顾客以及这些顾客的接送顺序和接送时间做出安排。

子问题

◆车次调度问题(Vehicle Scheduling Problem, VSP)是根据顾客的服务要求，如何有效率的确定具体给定车次的调度方案以及最优的调度方案，以最大化顾客总体的满意度。

机场接送服务中的车次分配与调度问题



问题

以出港顾客和票务公司为考虑对象，本论文结合机场接送服务的特点，研究在一定顾客满意度下基于最小化运营成本的**车次分配与调度问题**和给定路径下**车次的可行性调度问题**。

研究现状

由于机场接送服务出现的比较晚，目前国内外学者还没有对该问题进行研究。从理论和方法的研究角度来说，该问题是车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)在实际中的延伸和应用，有许多理论工作需要填补。

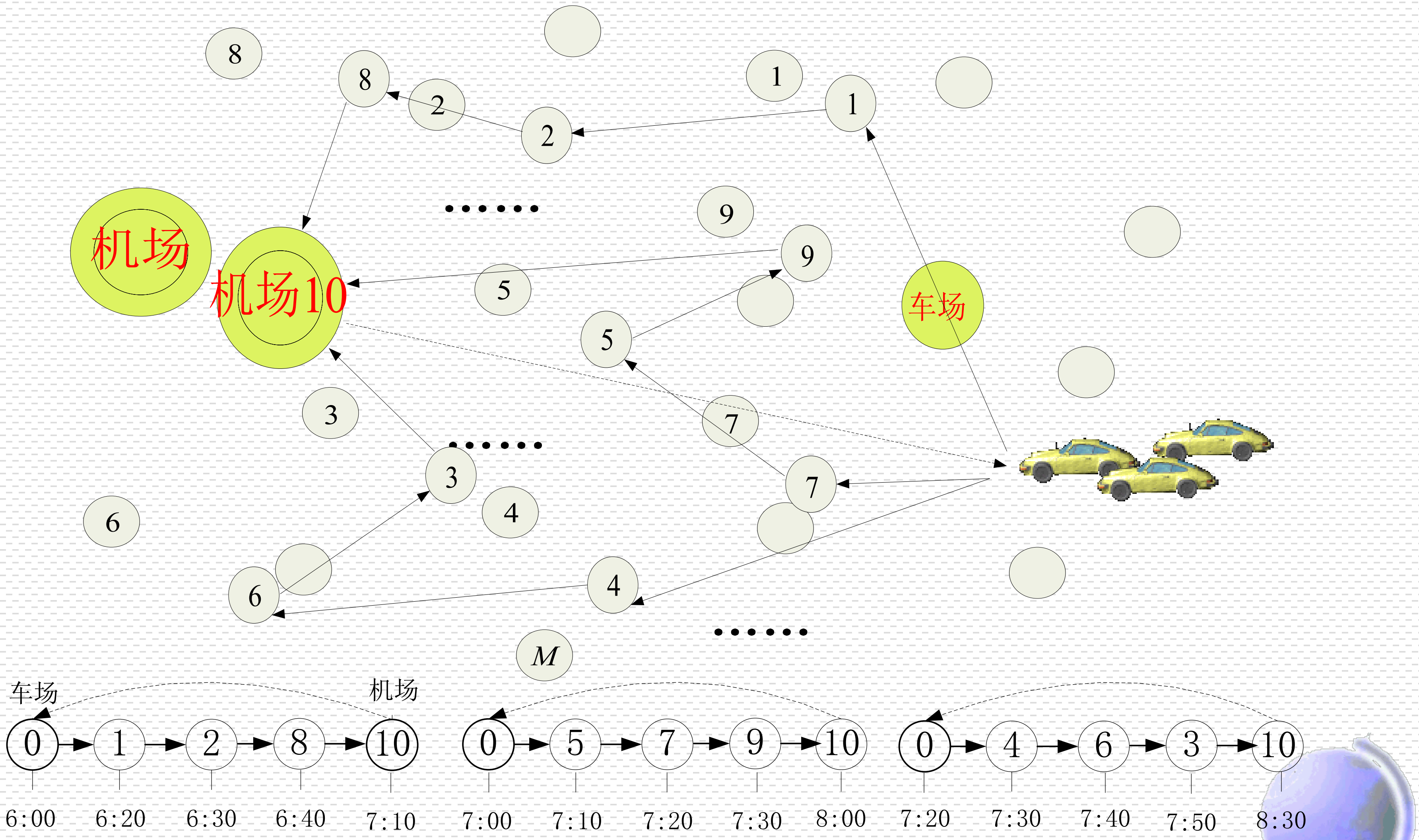
背景

国内的航空票务公司实施机场接送服务是凭借**经验和手工**的方式来制定车辆的路径和调度计划。基于这种环境下，实际配送的车辆在完成**往返一次机场**后均直接返回车场。

问题内容

本研究以实际运营情况为背景，定义车辆从车场出发接送顾客往返一次机场后直接返回车场为**一个车次**，结合服务的特点，设置**顾客的满意度函数**，建立了最小化成本的**集划分模型**；针对中小规模问题设计了**基于集划分的精确解算法**；针对大规模问题设计了**基于集划分的MNMC启发式方法**；通过计算实验与分析说明了算法和模型的有效性。

基于集划分的方法求解车次分配与调度



集划分（Set Partition, SP）模型是基于路径的建模。1964年由Balinski提出求解VRPTW。直接求解步骤为：首先生成所有路径集合和费用矩阵；然后求解模型***SP***。

SP

$$\min \sum_{r\in R} \overline{c_r} y_r$$

运输成本

$$\text{s.t.} \sum_{r} x_{i,r} y_r = 1, \quad \forall i \in N'$$

每个顾客被访问且仅访问一次

$$x_{ir} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in N, \forall r \in R$$

$$y_r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R$$

路径集合在一般情况下是穷举不完的

服务特点

- 实际运营中，一般使用载客量仅为4人的小轿车;
- 顾客零散分布到一天之中的任意航班上;

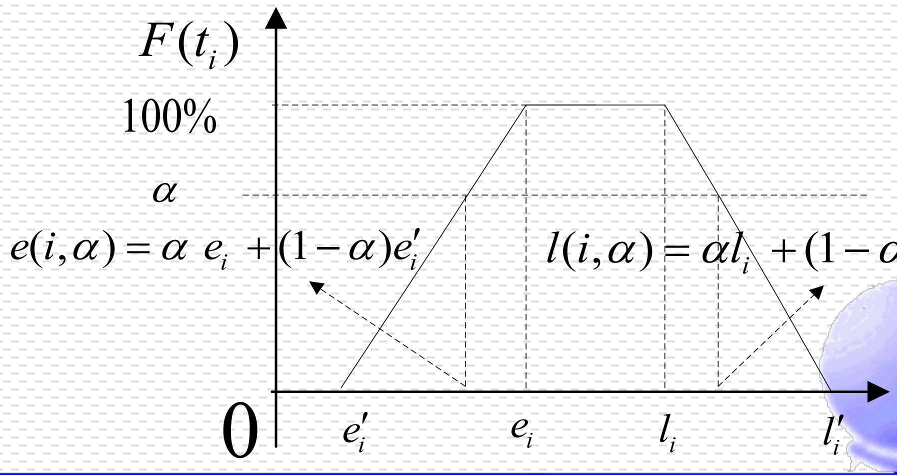
服务特点

航空公司规定开始**办理乘机手续时间**为客票上标明离港时间的前90分钟，截止办理时间为离港时间的前30分钟，顾客到达机场太早或太晚都不合适。因此，能否在**合理的时间内将顾客接送到机场办理登机手续与服务质量息息相关**。

满意度函数

车次安排以**顾客点**为单位，顾客点为同一位置，有相同服务要求的顾客，建立**顾客抵达机场的时间满意度函数**。

$$F(t_i)=\begin{cases}1 & t_i\in[e_i,l_i]\\ \dfrac{e_i'-t_i}{e_i'-e_i} & t_i\in[e_i',e_i]\\ \dfrac{l_i'-t_i}{l_i'-l_i} & t_i\in[l_i,l_i']\\ 0 & t_i\notin[e_i',l_i']\end{cases}$$



$$\min \quad C\sum_{r\in R} d_{ij} x_{ijr} y_r + B\sum_{r\in R} y_r$$

运输成本

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j\in N}\sum_{r\in R} x_{ijr} = 1, \quad \forall i \in N'$$

$$\sum_{j\in N'} x_{0jr} = \sum_{j\in N'} x_{j,n+1,r} = x_{n+1,0,r} = y_r, \quad \forall r \in R$$

车次定义

$$\sum_{j\in N}\sum_{r\in R} x_{ijr} - \sum_{j\in N}\sum_{r\in R} x_{jir} = 0, \quad \forall i \in N$$

容量限制

$$\sum_{j\in N'} q_j \sum_{i\in N} x_{ijr} \le Q, \quad \forall r \in R$$

$$t_{ij} - M(1-x_{ijr}) \le s_j - s_i \le t_{ij} + M(1-x_{ijr}), \quad \forall (i,j)\in A, \forall r \in R$$

准时服务

$$\sum_{u\in N'} (s_u + t_{u,n+1}) x_{u,n+1,r} \ge e(i,\alpha) \sum_{j\in 0\cup N', j\ne i} x_{jir}, \quad \forall i \in N', r \in R$$

$$\sum_{u\in N'} (s_u + t_{u,n+1}) x_{u,n+1,r} \le l(i,\alpha) \sum_{j\in 0\cup N', j\ne i} x_{jir}, \quad \forall i \in N', r \in R$$

满意度

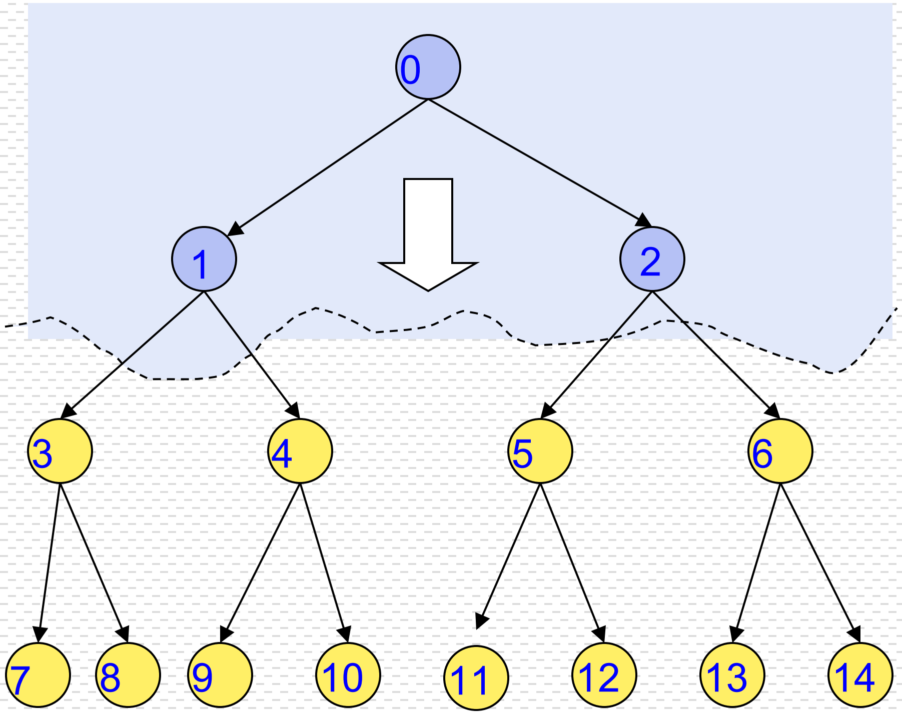
$$s_i > 0, \quad \forall i \in N'$$

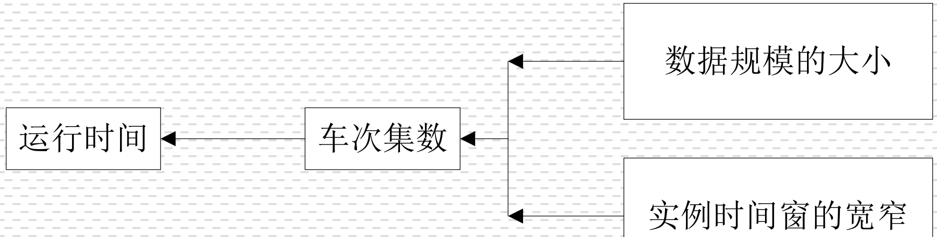
$$x_{ijr} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in N, j \in N, r \in R$$

$$y_r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R$$

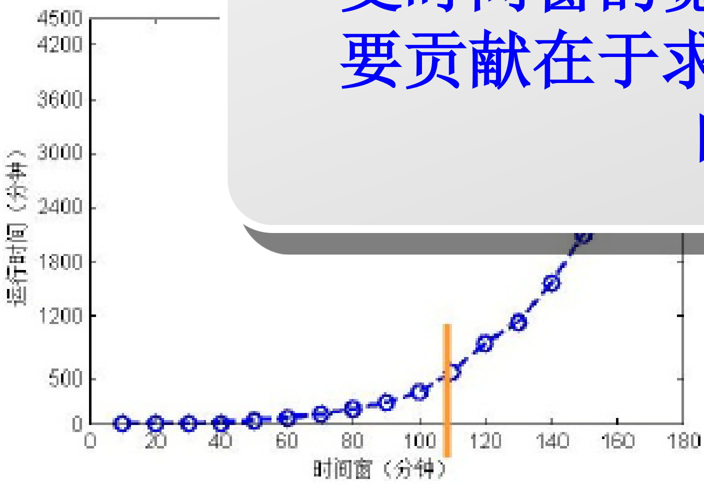
算法概述

采用直接求解集划分模型的**两阶段算法**。在第一阶段，根据不同顾客数下车次的承接关系，按照**广度优先搜索(Breadth First Search, BFS)**策略一层一层遍历所有车次；在第二阶段，中小规模问题运用CPLEX的**OPL**求解，大规模问题开发**MNMC**启发式求解。

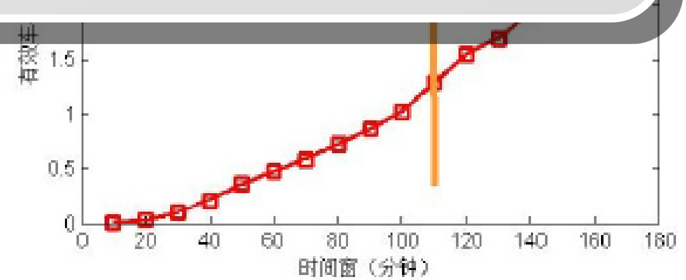




基于集划分的算法有一定的局限性，它受时间窗的宽度影响较大，此算法的主要贡献在于求解一定规模问题的精确解的开发设计上



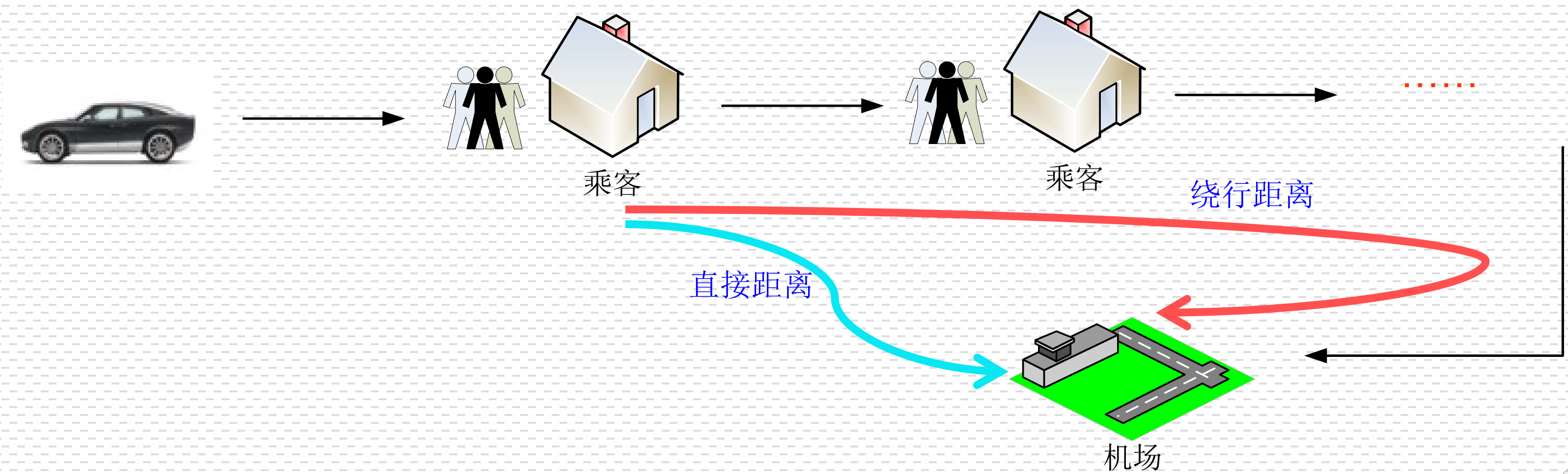
（a）



（b）

顺序插入的启发式求解带绕行限制的车次分配与调度问题

在机场接送服务中，车辆会在满足顾客要求和能力约束下，尽可能一次接更多的顾客，这样将会带来绕行问题，顾客希望有**绕行的距离或时间约束**，从这一点出发，研究了**带绕行限制的车次分配与调度问题。**



带绕行下车次分配与调度问题的车辆流模型

$$\min \quad C\sum_{k\in V}\sum_{i\in N}\sum_{j\in N,j\neq i} d_{ij}x_{ij}^k + B\sum_{k\in V} z_k$$

运输成本

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j\in N'} x_{0j}^k = \sum_{i\in N'} x_{i,n+1}^k = x_{n+1,1}^k = z_k, \quad \forall k\in V$$

$$\sum_{k\in V}\sum_{j\in N'\cup n+1, j\neq i} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i\in N'$$

$$\sum_{k\in V}\sum_{j\in 0\cup N', j\neq i} x_{ji}^k = 1, \quad \forall i\in N'$$

$$t_{ij} - M(1-x_{ij}^k) \le s_j - s_i \le t_{ij} + M(1-x_{ij}^k), \quad (i,j)\in A, k\in V$$

$$\sum_{j\in N'} q_j \sum_{i\in N} x_{ij}^k \le Q, \quad \forall k\in V$$

$$\lambda(s_i - s_j) + d_{i,n+1} \le \beta d_{j,n+1} + M(2 - x_{i,n+1}^k - \sum_{u\in N'} x_{ju}^k)$$

$$\forall (i,j)\in A, k\in V$$

绕行限制

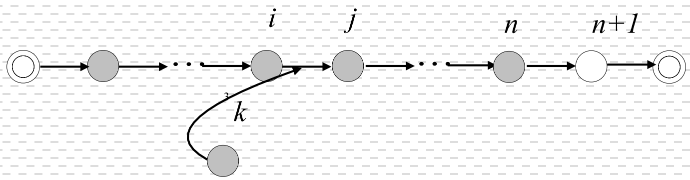
$$\sum_{u\in N'} (s_u + t_{u,n+1}) x_{u,n+1}^k \ge e(i,\alpha) \sum_{j\in 0\cup N', j\neq i} x_{ji}^k, \quad \forall i\in N', k\in V$$

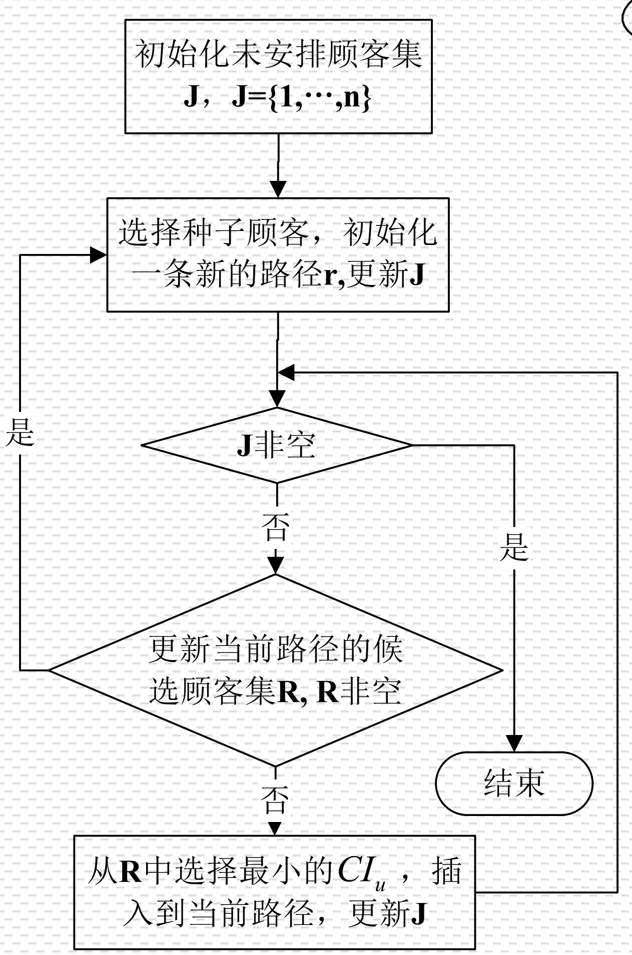
$$\sum_{u\in N'} (s_u + t_{u,n+1}) x_{u,n+1}^k \le l(i,\alpha) \sum_{j\in 0\cup N', j\neq i} x_{ji}^k, \quad \forall i\in N', k\in V$$

$$x_{ij}^k \le z_k, \ \forall\ (i,j)\in A,\ k\in V$$

$$x_{ij}^k, z_k \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j)\in A,\ \forall k\in V$$

➢基于最小评价因子的顺序插入法（Cheapest Insertion, CI）





➢种子顾客点

-离机场最远的顾客点

-时间上要求最早的顾客点

➢评价因子

候选顾客点数变化

$$CI_u = a_1 D_u + a_2 L_u - a_3 d_{u,n+1}$$

其中：$D_u = d_{hu} + d_{uk} - d_{hk}$

$$L_u = \left|R_J^r\right| - \left|R_J^{r_u}\right|$$

$$a_1 + a_2 = 1, a_3 \ge 0$$

与机场的距离

车次调度的后优化

在给定车次下，车次调度的后优化问题(Optimizing Vehicle Scheduling Problem, OVSP) 以顾客的平均满意度的最大为目标，研究如何确定每个车次的发车时间。

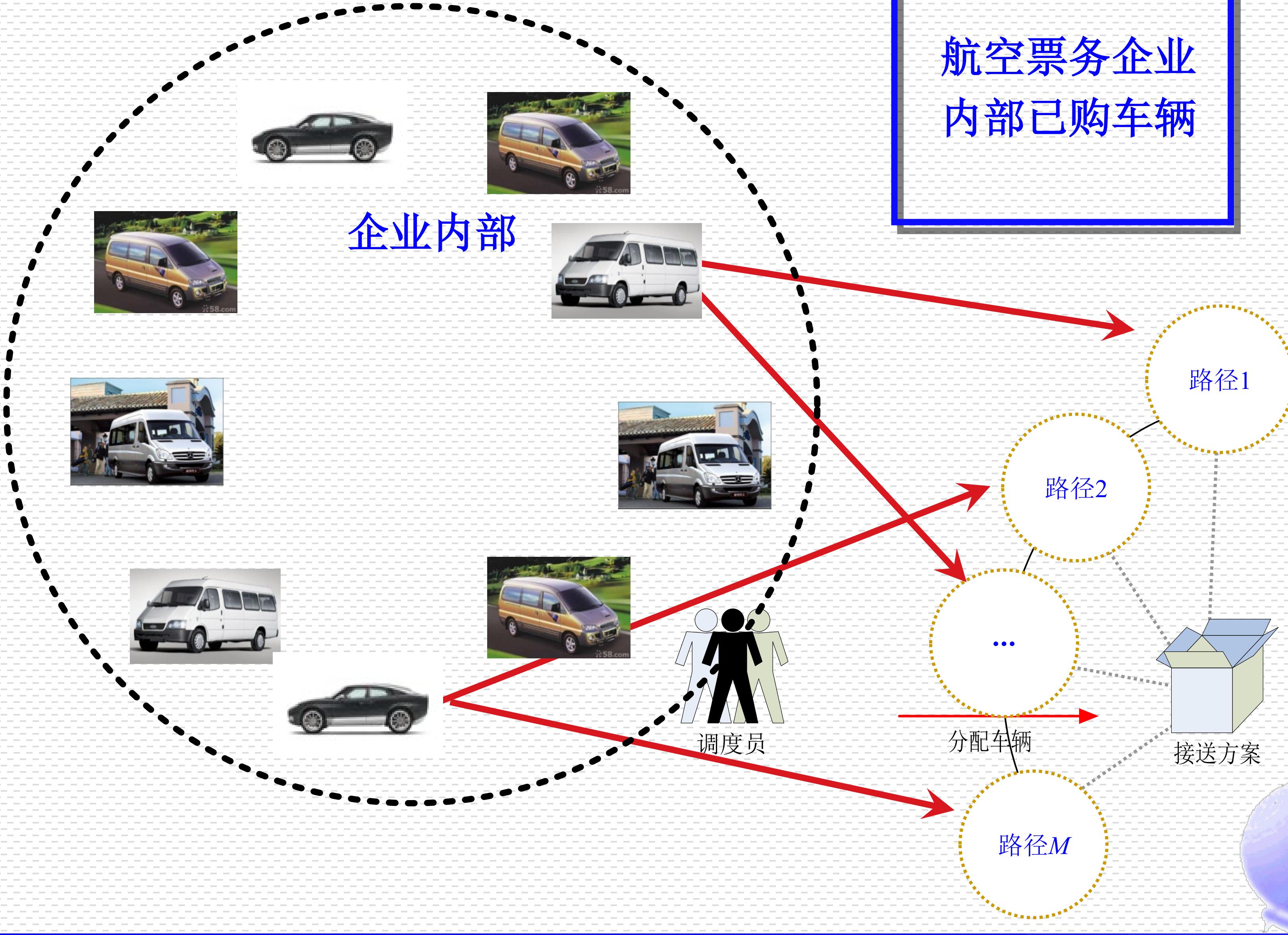
$$\max \quad \frac{1}{n_r} \sum_{i \in \{v_1,\ldots,v_{n_r}\}} F_i(t_i)$$

$$s.t. \quad E_r \le t_i \le L_r, \quad \forall i \in \{v_1,\ldots,v_{n_r}\}$$

显然，问题OVSP是一个一维函数在指定区间求最小的问题，可以直接通过求导确定此函数的最大值。

自适应邻域搜索算法求解混合车次分配与调度问题

航空票务企业内部已购车辆



混合车次分配与调度问题模型

$$Min.\quad \sum_{k\in V}\sum_{j\in C} f^k x_{0j}^k + \sum_{k\in V} c^k \sum_{i\in N}\sum_{j\in N} d_{ij} x_{ij}^k \sum_{k\in V} x_{oj}^k$$

运输成本

$$s.t\quad \sum_{k\in V}\sum_{j\in N} x_{ij}^k = 1,\quad \forall i\in C$$

$$\sum_{i\in C} q_i \sum_{j\in N} x_{ij}^k \le Q^k,\quad \forall k\in V$$

不同车型的
容量限制

$$\sum_{j\in N} x_{0j}^k = \sum_{j\in N} x_{j,n+1}^k = 1,\quad \forall k\in V$$

$$\sum_{i\in N} x_{iu}^k - \sum_{j\in N} x_{uj}^k = 0,\quad \forall u\in N, k\in V$$

$$y_i^k + t_{ij} - y_j^k \le (1-x_{ij}^k)M,\quad \forall (i,j)\in A\ and\ (i,j)\notin \{(0,n+1),(n+1,0)\}, k\in V$$

$$e_i \sum_{j\in N} x_{ij}^k \le y_i^k \le (\alpha l_i + (1-\alpha) l_i^0) \sum_{j\in N} x_{ij}^k,\quad \forall i\in C, k\in V$$

满意度

$$y_{n+1}^k - y_i^k \le \beta t_{i,n+1} \sum_{j\in N} x_{ij}^k,\quad \forall i\in C, k\in V$$

$$y_{n+1}^k \le d_i \sum_{j\in N} x_{ij}^k,\quad \forall i\in C, k\in V$$

抵达机场
最晚时间

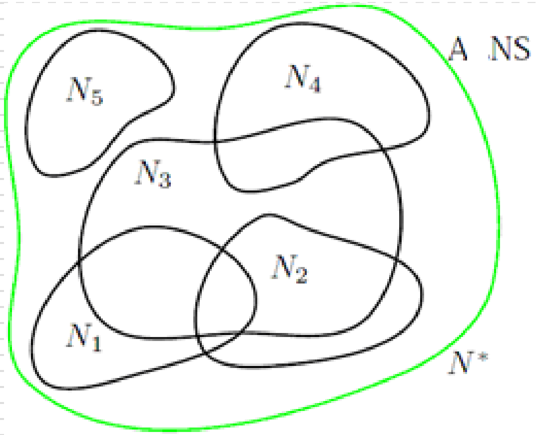
$$x_{i0}^k = x_{n+1,i}^k = 0,\quad \forall i\in C, k\in V$$

$$y_{n+1}^k \ge y_0^k \ge 0$$

$$x_{ij}^k, y_i^k \in \{0,1\},\quad \forall i\in N, (i,j)\in A, k\in V$$

求解FSMVASP的自适应邻域搜索算法

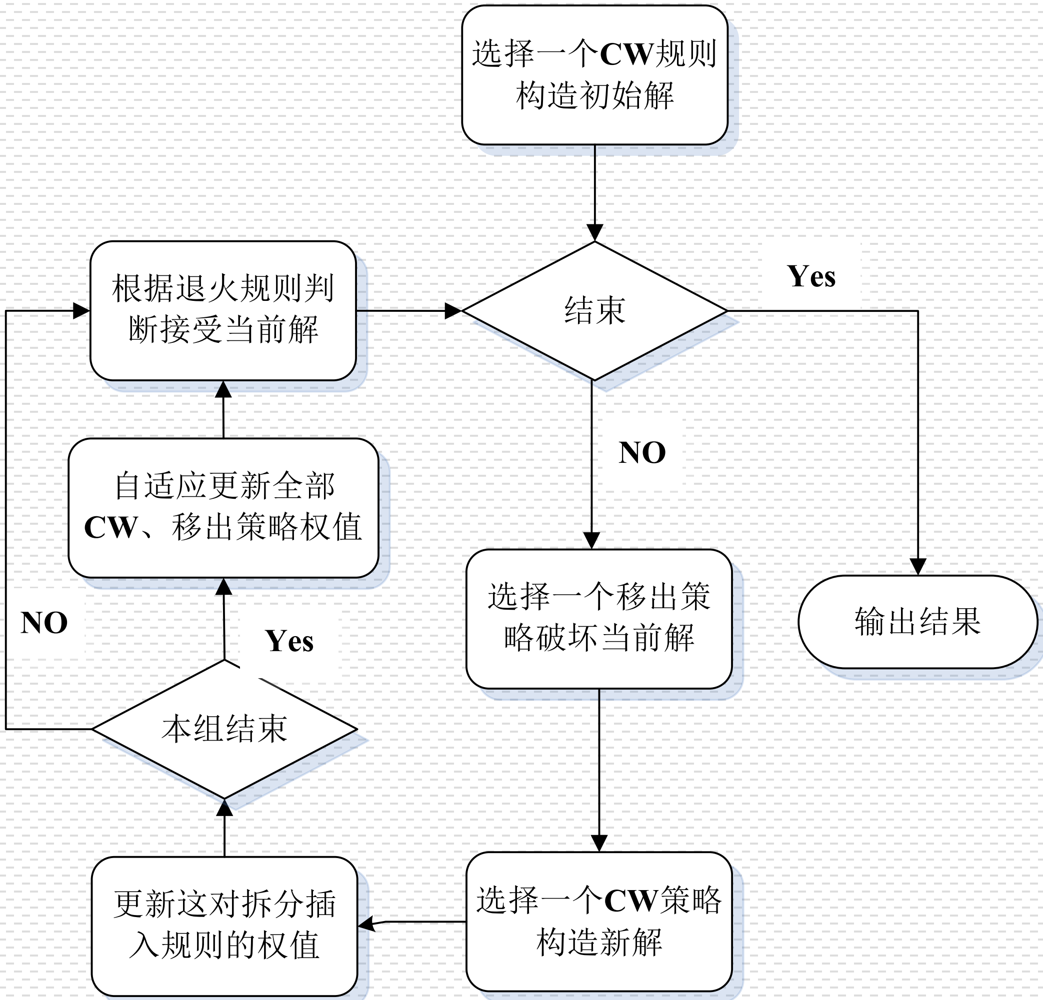
自适应邻域搜索（Adaptive neighborhood Search, ANS）算法是在某一邻域结构内，定义几组破坏和修补策略，在迭代中动态调整每个策略的自适应参数，以此为基础，选择合适的策略作为当前更新策略。



构造解：CW节约算法；设计Greedy插入和Regret插入策略；

破坏解：顾客点移出策略：随机，局域，最好；

邻域结构：确定性退火


选择一个CW规则构造初始解
结束
Yes
输出结果
NO
选择一个移出策略破坏当前解
选择一个CW策略构造新解
更新这对拆分插入规则的权值
本组结束
Yes
自适应更新全部CW、移出策略权值
NO
根据退火规则判断接受当前解

不同场景下碳排放最少化问题的数学规划模型

问题

传统目标：服务成本最小化、顾客满意度最大化等。
如何考虑碳排放最少化?

规模

小规模顾客点（顾客点数少于150）
大规模顾客点（顾客点数量少于1000）

车型

单车型、多车型

车辆碳排放和运行成本的计算方法

- 车辆碳排放的计算方法

$$P_t = (Mav + Mgv\sin\theta + 0.5C_d A\rho v^3 + MgVC_r\cos\theta v)$$

- 车辆运行成本计算方法

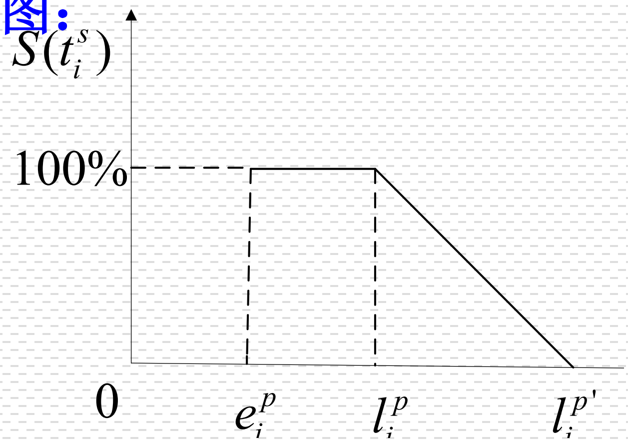
$$C_{total} = c_f \sum_{r\in R} \sum_{(i,j)\in Arc} d_{ij} z_{ijr} + (c_f d_{0(n+1)} + B)\sum_{r\in R} y_r$$

顾客满意度函数的描述

- 顾客接送满意度描述：

$$S\left(t_i^s\right)=\begin{cases}1 & e_i^p \le t_i^s \le l_i^p \\ \dfrac{l_i^{p'}-t_i^s}{l_i^{p'}-l_i^p} & l_i^p < t_i^s < l_i^{p'} \\ 0 & l_i^{p'} \le t_i^s\end{cases}$$

- 顾客接送满意度函数图：



单车型下碳排放最少化问题的数学模型

车辆最小碳排放量目标

顾客满意度约束

$$\min c\sum_{r\in R}\Big(\sum_{(i,j)\in Arc}\alpha_{ij}d_{ij}wz_{ijr}+\sum_{(i,j)\in Arc}\alpha_{ij}f_{ijr}d_{ij}\sum_{k\in N}z_{0kr}+\sum_{(i,j)\in Arc}d_{ij}\beta v^2 z_{ijr}\Big)$$

$$S(t_i^s)\ge\gamma,\qquad \forall i\in N'$$

车辆容量约束

$$\sum_{i\in N'}q_i\sum_{j\in N'\cup\{0\}}z_{jir}\le Q,\qquad \forall r\in R$$

$$\sum_{r\in R}x_{ir}=1,\qquad \forall i\in N'$$

$$\sum_{r\in R}\sum_{j\in N'\cup\{0\}}z_{jir}=1,\qquad \forall i\in N'$$

$$\sum_{r\in R}\sum_{j\in N'\cup\{n+1\}}z_{ijr}=1,\qquad \forall i\in N'$$

$$t_{ar}-t_i^s\le\delta T_{i(n+1)},\qquad \forall i\in N'$$

$$(t_j-t_{sr}-T_{0j})z_{0jr}=0,\qquad j\in N',r\in R$$

$$(t_j-t_i^s-T_{ij})z_{ijr}=0,\qquad i,j\in N',r\in R$$

$$(t_{ar}-t_i^s-T_{i(n+1)})z_{i(n+1)r}=0,\qquad i\in N',r\in R$$

$$z_{(n+1)0r}=\sum_{j\in N'}z_{0ir},\qquad i\in N',r\in R$$

$$0<t_{sr}<t_i\le t_i^s<t_{ar}<U,\qquad i\in N,r\in R$$

$$x_{ir},y_r,z_{jir}\in\{0,1\},\qquad i\in N,r\in R$$

$$\sum_{j\in N'\cup\{0\}}z_{jir}=x_{ir},\qquad \mathrm{i}\in N$$

多车型下碳排放最少化问题的数学模型

多车型车辆最小碳排放量目标

$$Min\sum_{k} c_k \sum_{r\in R}\Big(\sum_{(i,j)\in Arc}\alpha_{ij}d_{ij}wz_{ijr}+\sum_{(i,j)\in Arc}\alpha_{ij}f_{ijr}{}^{k}d_{ij}\sum_{n\in N}z_{0nr}+\sum_{(i,j)\in Arc}d_{ij}\beta v^2 z_{ijr}\Big),$$

顾客满意度约束

$$S(t_i^s)\ge\gamma,\qquad \forall i\in N'$$

不同车型车辆容量约束

$$\sum_{i\in N'}q_i\sum_{j\in N'\cup\{0\}}z_{jir}\le Q^k,\qquad \forall r\in R$$

$$\sum_{r\in R}x_{ir}=1,\qquad \forall i\in N'$$

$$\sum_{r\in R}\sum_{j\in N'\cup\{0\}}z_{jir}=1,\qquad \forall i\in N'$$

$$\sum_{r\in R}\sum_{j\in N'\cup\{n+1\}}z_{ijr}=1,\qquad \forall i\in N'$$

$$t_{ar}-t_i^s\le\delta T_{i(n+1)},\qquad \forall i\in N'$$

$$(t_j-t_{sr}-T_{0j})z_{0jr}=0,\qquad j\in N',r\in R$$

$$(t_j-t_i^s-T_{ij})z_{ijr}=0,\qquad i,j\in N',r\in R$$

$$(t_{ar}-t_i^s-T_{i(n+1)})z_{i(n+1)r}=0,\qquad i\in N',r\in R$$

$$z_{(n+1)0r}=\sum_{j\in N'}z_{0ir},\qquad i\in N',r\in R$$

$$0<t_{sr}<t_i\le t_i^s<t_{ar}<U,\qquad i\in N,r\in R$$

$$x_{ir},y_r,z_{jir}\in\{0,1\},\qquad i\in N,r\in R$$

$$\sum_{j\in N'\cup\{0\}}z_{jir}=x_{ir},\qquad i\in N$$

基于标签与集划分的精确算法（LSPEA）

定义3.1 标签的定义：任何一条从发车中心到顾客点i的路径X_{0i}都有一个相应的状态

$$R_i=\{t_i^s,t_i^a,Q_i,c_i,DT_i,V_i^0,\ldots V_i^{n+1},W_i^1,\ldots W_i^n\}$$

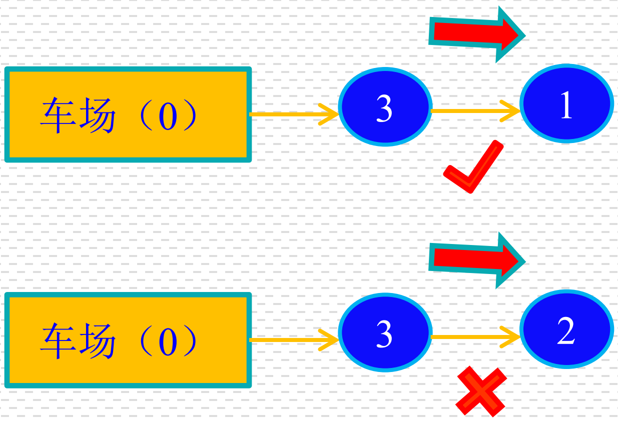
$$R_i=\{t_i^s,t_i^a,Q_i,c_i,DT_i,V_i^0,\ldots V_i^{n+1},W_i^1,\ldots W_i^n\}$$

- t_i^s：顾客点i的开始服务时间
- t_i^a：到达机场时间
- Q_i：到达顾客点i时车辆上的顾客数
- c_i：到达顾客点i 时路径X_{0i}的总碳排放量
- DT_i：如果$DT_i=0$表示路径X_{0i}满足绕行限制；否则$DT_i=1$
- $V_i^0,\ldots V_i^{n+1}$：如果j点是i点的不可扩展节点，$V_i^j=1$ 否则 $V_i^j=0$
- $W_i^1,\ldots W_i^n$：如果j点在路径X_{0i}上，$W_i^j=1$

基于标签与集划分的精确算法（LSPEA）

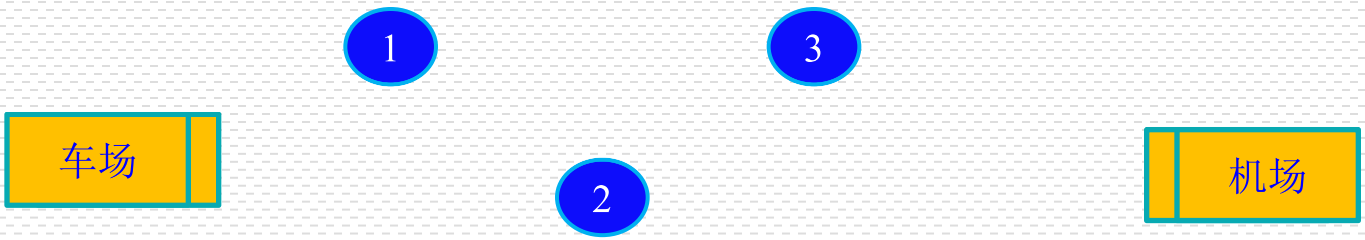
■ 标签的定义

定义3·2　不可扩展点定义：任意一条从发车中心到顾客点i的路径X_{0i}，如果顾客点j已经在路径X_{0i}上，或者不满足时间资源和容量资源中的任一项，即$t_i^s + T_{ij} > l_j^{p'}, t_j^s + T_{j,(n+1)} > \min(l_g^d, \forall g \in X_{0i})$或$Q_i + q_j > Q$时，则顾客点$j$为顾客点$i$的不可扩展节点。



标签算法(LA)的思路

- **L(i)：表示路径最后一个点是顾客点i的标签集合；**
- **S(i)：表示路径最后一个点是顾客点i 时的可扩展节点集合；**
- **E：表示等待扩展的顾客点集合；**



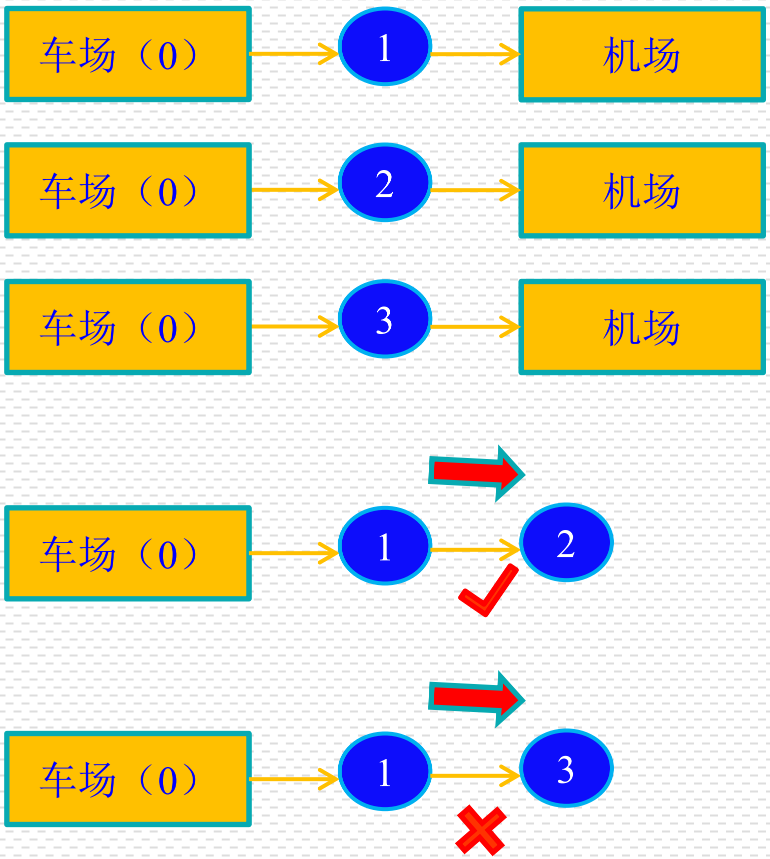
初始化：

$$L(i) = \{\varnothing\}$$

$$ET(i) = \{\varnothing\}$$

$$E = \{\varnothing\}$$

标签算法(LA)的思路



L(1) ={0-1}

L(2) ={0-2}

L(3) ={0-3}

E={1,2,3}

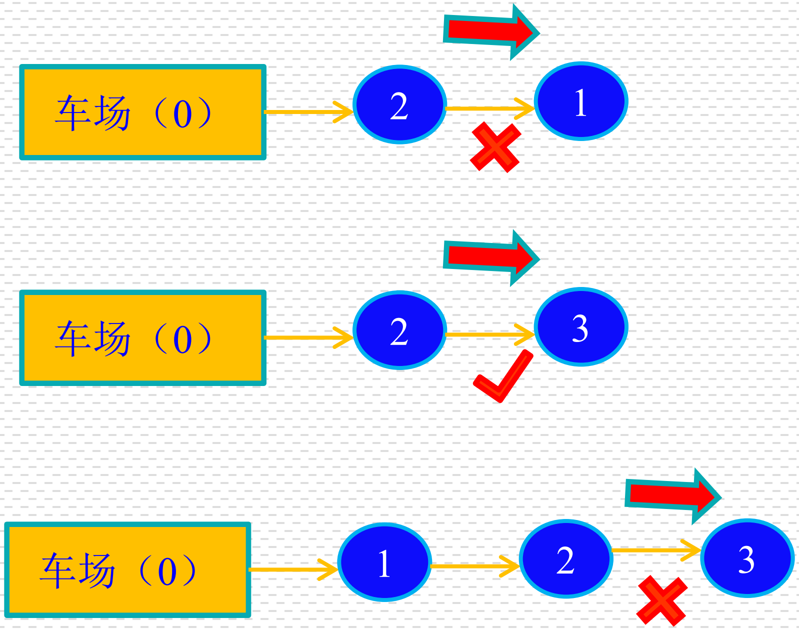
L(1) ={0-1}

L(2) ={0-2,0-1-2}

L(3) ={0-3}

E={2,3}

标签算法(LA)的思路



L(1) ={0-1}

L(2) ={0-2,0-1-2}

L(3) ={0-3}

E={2,3}

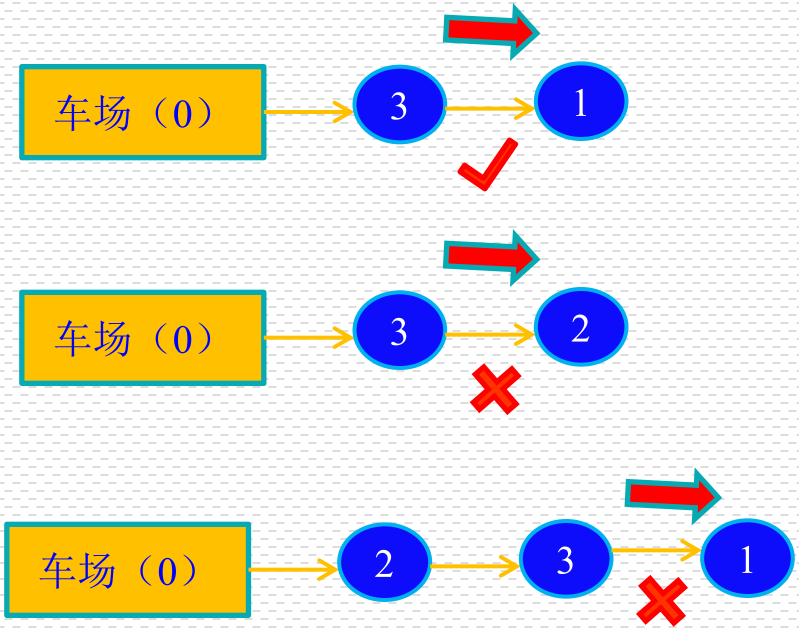
L(1) ={0-1}

L(2) ={0-2,0-1-2}

L(3) ={0-3,0-2-3}

E={3}

标签算法(LA)的思路



L(1) ={0-1}

L(2) ={0-2,0-1-2}

L(3) ={0-3,0-2-3}

E={3}

L(1) ={0-1,0-3-1}

L(2) ={0-2,0-1-2}

L(3) ={0-3,0-2-3}

E={1}

对E中的顾客点继续扩展，当E为空集时，算法停止。

基于标签与集划分的精确算法（LSPEA）

标签算法的流程

将顾客点根据顾客要求的最晚到达机场时间从早到晚排序

↓

求出顾客点i在满意度下限要求下的接送时间窗

↓

基于接送时间窗和最晚到达机场时间划分顾客点到到同一集合 中 S_i

↓

用LA算法求出路径集合R

↓

建立集划分模型

↓

求出总碳排放量最少的调度方案

$$\min \sum_{r=1}^{R} c^r y_r,$$

$$s.t. \sum_{r\in R} x_{ir} y_r = 1, \quad i \in N'$$

$$y_r \in \{0,1\}, \quad r \in R$$

End