第 15 章 报童问题

在商业世界中，不确定性如同空气般无处不在。从街角咖啡店每天准备多少新鲜面包，到科技巨头如何预测新款手机的全球销量；从医院储备急救药品的数量，到航空公司决定超售多少机票——这些看似迥异的决策，背后都隐藏着一个经典决策问题：如何在有限的信息中，找到供给与需求之间的微妙平衡？这一决策问题正是起源于 19 世纪街头的报童问题（Newsvendor Problem）。当晨雾还未散尽，报童们已需要决定购入多少份报纸：多订一份，可能因卖不出去成为废纸；少订一份，则意味着错失潜在收益。这种两难困境，不仅是小商贩的日常烦恼，更折射出现代商业社会最本质的挑战——在不确定性的迷雾中，如何让有限的资源发挥最大价值？

15.1 报童问题的起源与发展

19 世纪末，随着城市化进程加速，报纸成为大众获取信息的主要载体。在纽约、伦敦等大城市的街头，成千上万的报童构成了最早的“即时分销网络”。他们没有任何销售数据支持，只能依靠天气、头条新闻甚至直觉来决定进货量。成功的报童往往掌握着朴素的决策逻辑：雨天减少进货（需求可能下降）；头条涉及战争或丑闻时增加备货（话题性刺激购买）；周五傍晚多留存货（周末读者有更多阅读时间）。这种原始的决策模式，无意间触及了现代库存管理的核心——将外部环境变量与历史经验相结合，动态调整供给策略。随着工业化进程推进，类似逻辑被移植到更复杂的商业场景中：1920 年代汽车制造商应对零部件需求波动，二战期间军队物资调配，乃至 1970 年代日本便利店革命的库存革新，都能看到报童问题思维模式的延伸。

在全球化供应链体系中，报童问题的应用早已突破实体商品范畴，成为企业运营的“生物节律”：

（1）西班牙品牌 Zara 每周两次向全球门店配送新品，设计师需要像“高级报童”一样决策：爆款连衣裙在东京银座店铺投放 200 件还是 500 件？北欧市场的冷色调外套是否需要追加生产？滞销款式何时启动折扣清仓？这里每个决策都涉及数千万欧元的潜在收益或损失。Zara 通过缩短生产周期、建立敏捷供应链，

将传统报童的“日周期”决策升级为“周周期”迭代，创造了“快速试错-即时反馈-动态调整”的现代商业模式。

（2）苹果公司发布新款 iPhone 前，供应链团队面临史诗级挑战：在无法准确预测市场热情时，向富士康下单 1000 万台还是 1500 万台？如何平衡初期产能不足导致的黄牛溢价，与后期库存积压的贬值风险？环保法规压力下，怎样最小化未售出设备的电子垃圾？2016 年 iPhone 6s 的过度备货导致苹果首次出现营收下滑，而 2019 年 AirPods Pro 的保守预估则造成长达数月的全球缺货

（3）中国社区团购平台“美团优选”每天凌晨需要为 10 万个社区站点配货：深圳某小区准备 200 斤西瓜还是 150 斤？东北地区暴雪预警下，是否提前囤积三倍量的白菜？如何根据前日剩菜数据调整次日叶菜比例？

报童问题的启示早已溢出商业领域，成为应对不确定性的通用思维框架：例如医疗资源分配：新冠疫情初期，各国医院在呼吸机储备上的决策——备货不足导致患者死亡，备货过多则挤占其他急救设备预算。再如气候变化应对：政府制定碳减排目标时，激进政策可能冲击经济，保守策略则加剧生态危机，寻找“气候临界点”本质上是全球尺度的报童问题。

15.2 报童问题的数学模型

报童问题（Newsvendor Problem）是运筹学中经典的随机优化问题，最初来源于报纸零售商每天需要决定订购多少份报纸。由于需求是随机变量（例如服从某种概率分布），决策者需在需求未知的情况下，通过平衡过剩成本（overage cost）和缺货成本（underage cost），找到使期望利润最大化的最优订购量。若订购量超过实际需求，未售出的报纸将以残值回收（可能亏损）。若订购量不足，则失去潜在销售机会（机会成本）。根据以上描述，我们将报童问题建模为以下过程。我们使用Q来表示报纸的订购量，即问题的决策变量。随机需求被记D并假设已知其概率分布。报纸的单位采购成本为c，且其单位销售价格为p。对于未售出的报纸其单位残值为s（$s < c$）。根据以上符号，报纸的单位缺货成本可以被表示为$u = p - c$，即未实现销售的边际损失。相对的，单位过剩成本被表示为$o = c - s$，即未售出商品的边际损失。

根据实际需求量，期望利润$\pi(Q,D)$分为两种情况：

需求$D \geq Q$：售出全部库存，且利润为$(p-c)Q$。

需求$D < Q$：售出D单位，剩余$Q-D$单位按残值处理，利润为$(p-c)D+(s-c)(Q-D)$。

综合以上两种情况，报童的期望利润可表示为

$$E[\pi(Q)] = \int_0^Q [(p-c)d + (s-c)(Q-d)]f(d)dd + \int_Q^\infty (p-c)Qf(d)dd$$

其中$f(d)$为需求D的概率密度函数。

15.3 报童问题的求解

（1）期望利润函数的导数分析

求解使期望利润最大化的最优订购量Q^*，需对期望利润函数$E[\pi(Q)]$关于Q求导，并令导数为零。以下是详细推导过程：

①期望利润的表达式

期望利润可拆分为两部分积分：

$$E[\pi(Q)] = \int_0^Q [(p-c)d + (s-c)(Q-d)]f(d)\, dd + \int_Q^\infty (p-c)Q\, f(d)\, dd$$

其中：第一项对应需求$D \leq Q$时的利润（售出d单位，剩余$Q-d$单位按残值处理）。第二项对应需求$D > Q$时的利润（售出全部Q单位）。

②展开并简化积分

将积分展开并合并同类项：

$$E[\pi(Q)] = \int_0^Q [(p-c)d + (s-c)Q - (s-c)d]f(d)\, dd + (p-c)Q\int_Q^\infty f(d)\, dd$$

进一步化简为

$$E[\pi(Q)] = \int_0^Q [(p-s)d + (s-c)Q]f(d)\ dd + (p-c)Q[1-F(Q)]$$

其中$F(Q) = \int_0^Q f(d)\ dd$为需求D的累积分布函数（CDF）。

③对Q求导

对$E[\pi(Q)]$关于Q求导，应用莱布尼兹积分法则可以得到

$$\frac{dE[\pi(Q)]}{dQ} = \underbrace{[(p-s)Q + (s-c)Q]f(Q)}_{\text{第一项积分的边界贡献}} + \int_0^Q (s-c)f(d)\ dd + \underbrace{(p-c)[1-F(Q)] - (p-c)Qf(Q)}_{\text{第二项积分的导数}}$$

下面我们对上式进行逐项分析。首先，第一项边界贡献：来自积分上限Q的导数，结果为

$$[(p-s)Q + (s-c)Q]f(Q) = (p-c)Qf(Q)$$

第一项的积分部分：被积函数中仅$(s-c)Q$含Q，导数为

$$\int_0^Q (s-c)f(d)\ dd = (s-c)F(Q)$$

第二项的导数：应用乘积法则，导数为

$$(p-c)[1-F(Q)] - (p-c)Qf(Q)$$

将各部分合并可以得到

$$\frac{dE[\pi(Q)]}{dQ} = (p-c)Qf(Q) + (s-c)F(Q) + (p-c)[1-F(Q)] - (p-c)Qf(Q)$$

化简后进一步得到

$$\frac{dE[\pi(Q)]}{dQ} = (s-c)F(Q) + (p-c)[1-F(Q)]$$

令导数为零，可以求解最优订货量Q^*，即

$$(s-c)F(Q^*) + (p-c)[1-F(Q^*)] = 0$$

展开并整理：

$$(p-c)-(p-c)F(Q^*)+(s-c)F(Q^*)=0$$

$$(p-c)=[(p-c)-(s-c)]F(Q^*)$$

$$F(Q^*)=\frac{p-c}{(p-c)-(s-c)}=\frac{p-c}{p-s}$$

（2）临界分位数公式的经济学解释

最终条件表明，最优订购量Q^*满足：

$$P(D\leq Q^*)=\frac{p-c}{p-s}$$

其中：分子$p-c$表示单位缺货成本（即每少卖一单位的利润损失）。分母$p-s$表示单位过剩成本+单位缺货成本（即每多订购一单位的净损失）。

直观理解的解释是当临界比率较高时（例如$p\gg c$），决策者应订购更多以降低缺货风险。当残值s接近成本c时，过剩成本降低，允许更大胆的订购。通过以上推导，我们严格证明了最优解的条件是需求累积概率等于临界比率$\frac{p-c}{p-s}$，这一结论为报童问题的决策提供了理论依据。

需要补充的是，根据单位缺货成本和单位过剩成本的定义，临界比率还可以被表示为$CR=\frac{u}{u+o}$。

15.4 报童问题的求解算法

15.4.1 解析法（已知需求分布）

若需求服从已知分布（如均匀分布、正态分布），可直接计算临界分位数。步骤：1.计算临界比率$CR=\frac{u}{u+o}$；2.求解$Q^*=F^{-1}(CR)$，其中F^{-1}为需求分布的逆累积分布函数。以下是报童问题在现实场景中的应用案例，我们应用解析法来进行求解。代码章节提供了基于 python 实现的解析法求解报童问题的示例。

例题 15.1 零售业的节日商品库存管理。在节日期间（如圣诞节、春节），零售商常面临季节性商品的库存决策问题，例如圣诞装饰品、春节礼盒或情人节巧

克力。这类商品的需求高度集中于特定时间段，且一旦节日结束，剩余库存几乎无法以原价售出，甚至需要打折处理或报废。零售商需提前数月预测需求并确定进货量。假设某超市采购一批单价为 10 元的春节礼盒，售价为 25 元，若未售出则节后残值（如清仓价）仅为 5 元。根据历史数据，需求可能服从正态分布（均值 1000 件，标准差 200 件）。请求解最优订货量。

解 临界分位数 $= \frac{\text{销售利润}}{\text{销售利润+滞销损失}} = \frac{25-10}{(25-10)+(10-5)} = \frac{15}{20} = 0.75$

即应选择使累积需求概率达 75%的订货量（约 1100 件）。这一策略可平衡缺货与过剩风险，最大化预期利润。通过模型量化决策，零售商可避免因主观经验导致的过度保守或激进采购，尤其适用于需求波动大、时效性强的商品。

例题 15.2 快时尚行业的服装生产决策。快时尚品牌（如 ZARA、H&M）需快速响应潮流，但服装款式生命周期短，过季产品易滞销。例如，某品牌计划推出一款春季连衣裙，生产成本 50 元，售价 150 元，季末滞销时残值（如折扣价）为 30 元。假设需求预测为均匀分布（800-1200 件），请求解最优生产量。

解 临界分位数 $= \frac{150-50}{(150-50)+(50-30)} = \frac{100}{120} \approx 0.83$

对应需求分布 83%分位数的订货量约为 1160 件。若实际需求高于此值，缺货导致机会损失；若低于，则需承担库存成本。快时尚企业通过报童模型优化生产量，减少因款式过时而导致的库存积压，同时抓住高利润销售窗口。该模型还可结合预售数据动态调整生产计划。

例题 15.3 生鲜超市的每日进货优化。生鲜产品（如鲜牛奶、烘焙面包）保质期短，超市需每日决定进货量。例如，某超市采购鲜牛奶的成本为每瓶 4 元，售价 8 元，当日未售出则报废（残值为 0）。假设日需求服从泊松分布（均值 200 瓶），请求解最优生产量。

解 临界分位数 $= \frac{8-4}{(8-4)+(4-0)} = \frac{4}{8} = 0.5$

即最优订货量为需求中位数（约 200 瓶）。若实际需求波动大（如雨天需求下降），超市需根据天气预测调整进货量。通过动态应用报童模型，生鲜零售商可减少因报废导致的成本浪费，同时保障高周转率。结合实时数据（如促销活动、

天气），模型可进一步精细化。

报童模型的核心价值在于将不确定需求量化为概率分布，并通过成本-收益权衡实现科学决策。上述案例表明，其在零售、制造、生鲜等领域的单周期库存问题中具有普适性，尤其适用于高时效性、低残值商品的资源分配优化。

15.4.2 数值搜索法（通用）

当需求分布复杂或无法解析求解时，可以使用遍历搜索求得最优订购量。步骤：1.遍历可能的订购量Q（如从 0 到最大可能需求）；2.对每个Q，计算期望利润$E[\pi(Q)]$；3.选择使期望利润最大的Q。代码章节提供了基于 python 实现的数值搜索法求解报童问题的示例。

15.5 经典报童问题的拓展

报童问题虽然起源于一个简单的报纸订购场景，但其思想内核却在现代商业和工程领域得到了广泛拓展。这些拓展让这个经典模型从“理想化的实验室”走向了“复杂的现实世界”，为应对更多维度的不确定性提供了理论工具。以下我们将以贴近生活的案例，介绍报童问题在不同方向上的延伸发展。

（1）时间维度的延伸：从单日决策到动态博弈

经典模型假设决策仅在一个周期内有效（如报童每天重置库存），但现实中许多场景需要多周期连续决策。例如超市鲜牛奶的周补货策。某连锁超市每周需要决定鲜奶订购量。与报童不同，他们需考虑：未售出的牛奶可以转为酸奶延长保质期（残值动态变化）；本周缺货会导致顾客转向竞品（长期商誉损失）；季节性需求波动（夏季需求比冬季高 30%）。这类问题催生了动态报童模型，引入库存持有成本、跨周期需求关联等新变量，像下棋一样思考“当前决策对未来局势的影响”。

（2）空间维度的扩展：从单一商品到组合生态

当决策对象从单一报纸变为多种商品时，问题复杂度呈指数级上升。例如便利店冬季需同时决策热咖啡与暖宝宝的订购量：两种商品存在互补性（买咖啡的人更可能购买暖宝宝）；但共享库存空间（暖宝宝占据的货架无法摆放咖啡）。此

类问题发展出多产品报童模型，通过构建需求相关系数矩阵，优化商品组合策略。日本 7-11 利用此类模型，将关联商品的联合订购效率提升了 18%。其次，还有对产品的分级管理。例如苹果公司销售 iPhone 时同步决策不同存储版本（128GB/256GB）的产量：高端版本利润更高但需求更不确定；低配版本可作为安全库存缓冲。这催生了层级化报童模型，通过需求分布拆解实现产品线优化，帮助苹果将存储版本组合的预期收益最大化。

（3）决策维度的升级：从被动适应到主动干预

经典模型被动接受市场需求，而现代企业往往通过策略性操作影响需求本身。例如价格杠杆调节。其中航空公司机票销售是典型场景：初期高价票保证利润，后期降价清仓降低库存风险；超售策略将空座率转化为额外收益。这种动态定价报童模型将价格作为决策变量，结合收益管理理论，使达美航空在 2022 年将客座收益率提升了 7.3%。其次，例如需求塑造策略。网红奶茶店通过营销活动主动创造需求：限量款饮品首发前制造社交媒体话题；搭配销售季节限定杯套刺激购买。扩展后的模型引入需求转移函数，量化营销投入对需求分布的影响，帮助喜茶等品牌将新品失败率从 45%降至 22%。

（4）风险维度的深化：从追求利润到控制波动

经典模型关注期望利润最大化，但现实中企业还需管理风险。例如风险规避型决策。在初创科技公司采购芯片时：宁愿少赚也不愿因库存积压导致现金流断裂；可能支付溢价获取灵活采购期权。这类场景催生了条件风险价值（CVaR）报童模型，像“金融止损线”一样控制最坏情况下的损失，被英伟达用于应对比特币矿卡市场的剧烈波动。其次，例如应急弹性构建。在新冠疫情期间，药店同时决策常规药品与应急物资库存：保留部分产能灵活性以应对突发需求；与供应商签订弹性采购协议。这发展出鲁棒性报童模型，通过情景规划提高系统韧性，辉瑞公司借此将疫苗原料储备响应速度缩短了 60%。

（5）技术维度的融合：从人工计算到智能决策

数字技术正在重构报童问题的解决范式。例如，数据驱动的需求感知。中国社区团购平台“多多买菜”的实践：通过分析前日订单、天气数据、社区画像预

测需求；实时调整分拣中心的蔬菜包装分量。他们开发的强化学习报童系统，在 2023 年将生鲜损耗率降至 1.5%，比人工决策提升 4 倍效率。

（6）价值维度的重构：从经济最优到可持续平衡

新一代拓展模型开始纳入环境与社会责任参数。例如，绿色库存管理。法国面包店采用的新模式：将未售出面包制作成啤酒降低浪费；根据碳足迹调整每日烘焙量。这种可持续报童模型将传统成本函数替换为环境影响指数，助力欧盟实现 2030 年食品浪费减半目标。

尽管拓展模型千变万化，但其核心始终未变——在资源有限性与需求不确定性之间寻找动态平衡。就像乐高积木，经典报童问题提供了基础模块，而现实世界的复杂性则像各式各样的扩展包。理解这些拓展方向的价值，不仅在于掌握工具本身，更在于培养一种思维习惯：面对任何不确定性决策时，都要系统性地思考时间、空间、风险、技术、价值的交织影响。这种思维正在重塑当代商业图景：当你在电商平台秒杀限量商品时，背后是动态定价模型在运作；当便利店自动推荐“咖啡+三明治”套餐时，是多产品关联模型在生效；当新能源汽车品牌灵活调整电池租赁方案时，是风险控制模型在护航。报童问题的百年演进史，本质上是一部人类用理性对抗不确定性的进化史。

15.6 本章小节

报童问题作为单周期随机库存决策的经典模型，在不确定环境下资源优化配置中具有核心理论价值。本章系统探讨了其数学本质、求解方法及变种拓展，并剖析了在供应链管理中的实际应用。经典模型的三大拓展方向呼应现实复杂性：（1）动态定价变种将价格作为决策变量，揭示需求弹性与库存成本的联动机制；（2）供应链协调变种设计回购契约等激励机制，破解系统双目标优化难题；（3）多周期风险控制变种引入 CVaR 等风险度量指标，平衡期望利润与极端损失。这些变种模型通过调整成本结构、决策时序和风险约束，使理论框架适配生鲜配送、医疗物资储备等复杂场景。除此之外，报童模型在实践领域展现出强大生命力，例如零售业中指导季节性商品采购，制造业产能规划场景以及公共卫生领域支撑疫苗调度决策。随着数字技术发展，报童模型正与运筹学前沿深度结合：智能算

法实现需求-供应的实时动态博弈，神经科学实验量化决策认知偏差，数字孪生技术构建风险压力测试环境。这些融合将推动模型在碳中和产能规划、应急物资调度等国家战略领域发挥更大价值。

研学互通

为进一步深化对报童问题的理解，强化随机优化理论与商业决策实践的关联性，本模块精选领域内里程碑式文献。通过研读这些文献，读者可在掌握经典模型框架的基础上，把握该问题的理论演进轨迹与学科交叉前沿，为后续复杂决策系统的研究奠定方法论基石。

(1) Lau, H. S., & Lau, A. H. L. (1988). The newsboy problem with price-dependent demand distribution. IIE Transactions, 20(2), 168 – 175.

本文首次构建价格敏感型报童模型，突破传统固定需求假设。通过建立需求-价格联合分布函数，推导最优订货量Q^*与定价p^*的解析解。

(2) Khouja, M. (1999). The single-period (news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research. Omega, 27(5), 537 – 553.

该综述系统归纳报童问题 60 年研究演进，分类评析 189 篇文献。提出四维研究框架：需求分布类型（正态/泊松）、成本结构（缺货-滞销成本比）、决策目标（风险规避）、扩展场景（多产品/供应链），指明随机规划与鲁棒优化融合方向。

(3) Petruzzi, N. C., & Dada, M. (1999). Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions. Operations Research, 47(2), 183 – 194.

开创性建立联合定价-库存决策模型，揭示价格弹性对最优解的影响机制。证明最优订货量满足$F(Q^*) = (p - c)/(p + s)$（s为缺货损失）。

(4) Qin, Y., Wang, R., Vakharia, A. J., et al. (2011). The newsvendor problem: Review and directions for future research. European Journal of Operational Research, 213(2), 361 – 374.

提出数据驱动报童模型新范式，解决需求分布未知的实践难题。对比核密度估计与分位数回归方法。

(5) Benzion, U., Cohen, Y., Peled, R., et al. (2008). Decision-making and the newsvendor problem: An experimental study. Journal of the Operational Research Society, 59(9), 1281 – 1287.

通过控制实验揭示行为偏差对决策影响。发现 83%被试者呈现"追涨杀跌"效应：当上期缺货时本期订货量平均超理论值 27%，滞销时则低于理论值 34%。提出锚定-调整启发式规则量化认知偏差。

思行经世：报童问题在我国生鲜电商库存管理中的创新应用

（1）报童问题的核心逻辑与现实意义

报童问题作为经典的随机规划模型，其核心在于解决"单周期不确定需求下的最优库存决策"问题。该模型通过平衡过剩成本（未售出损失）与缺货成本（机会损失），为现代供应链管理提供了数学框架。在数字经济时代，这一模型在生鲜电商领域展现出强大生命力——根据艾瑞咨询数据，2023 年我国生鲜电商市场规模突破 5600 亿元，但平均损耗率仍高达 15-20%，远超发达国家 5%的水平。这种行业痛点与报童模型的高度契合性，使其成为优化我国食品供应链的重要工具。

（2）生鲜电商场景的模型重构

①需求预测体系升级

传统报童模型依赖历史销售数据，而生鲜电商通过构建多维数据模型实现精准预测。时空维度：盒马鲜生应用 LBS 热力图技术，分析社区人口结构、消费时段分布。行为数据：美团买菜通过用户浏览路径预测购买转化率。外部变量：叮咚买菜接入气象 API，建立降雨量-叶菜类销量的回归模型。技术团队将离散型概率分布升级为连续型概率密度函数，运用蒙特卡洛模拟生成需求场景树，使预测准确率提升至 85%以上。

②成本结构的动态建模

现代生鲜电商的成本函数呈现显著非线性特征，具体包括以下成本。边际成本：包含冷链物流的阶梯电价（夜间配送成本降低 40%）；损耗成本：采用时间

衰减函数（鲜奶在最后4小时价值衰减速度加快300%）；机会成本：引入客户终身价值（CLV）模型，估算缺货导致的用户流失损失。每日优鲜通过构建动态规划模型，将传统报童模型的静态决策转化为多阶段自适应策略。

（3）智能算法的实践突破：强化学习的动态定价

朴朴超市研发的"先知"系统，将报童模型与Q-learning算法结合：实时监控库存水位（当库存/需求比<0.6时触发调价机制）；实施分时定价策略（晚间19:00海鲜类产品价格梯度下降15%/小时）；建立价格弹性矩阵（牛油果价格下降10%可带来23%销量增长）。该系统使临期商品损耗率从12%降至5.7%，年节省成本超2.4亿元。

（4）社会经济效益分析

美团买菜通过模型优化，单仓日均减少浪费127公斤，相当于每年拯救4.6万棵树木的固碳量。全国冷链物流能耗降低18%，对应减少碳排放量相当于4个塞罕坝林场的年吸收量。这种理论实践创新，不仅使生鲜电商损耗率逼近发达国家水平，更重要的是构建了数字经济时代的新型食品保障体系。据测算，全行业推广该模式可年减少浪费300万吨，相当于北京市常住人口半年的粮食消耗量，这对落实"大食物观"和可持续发展战略具有重要实践价值。

习题

习题 15.1 基础离散型报童问题。某报童每日订购报纸，每份成本为2元，售价5元，未售出的报纸按1元残值回收。根据历史数据，每日需求服从以下离散分布：

表 15.1 习题 15.1 中的每日需求分布

需求（份）	20	21	22	23	24
概率（%）	10	20	30	25	15

求最优订购量及对应的期望利润。

习题 15.2 连续型需求与正态分布。某零售商销售季节性商品，采购成本为50元/件，售价120元/件，未售出商品无残值。根据历史数据，需求服从正态分

布$N(\mu = 200, \sigma = 40)$。

（1）求使期望利润最大的最优订购量。

（2）若采购成本上涨到 60 元/件，最优订购量如何变化？

习题 15.3 缺货成本与超订损失。某鲜花店每日采购玫瑰花，成本为 3 元/支，售价 8 元/支。若当日未售出，残值为 0 元。假设缺货成本为每支 2 元（因顾客流失导致的商誉损失），需求服从均匀分布$U(100,200)$。

（1）求最优订购量。

（2）若缺货成本提高到 5 元/支，最优订购量如何变化？

习题 15.4 服务水平与利润关系。某电子产品经销商采购某型号耳机，成本为 80 元/副，售价 150 元/副，未售出产品可退货获得 30 元残值。假设需求服从指数分布，均值为 100 副。

（1）计算使期望利润最大的最优订购量。

（2）若要求服务水平（满足需求的概率）不低于 90%，此时订购量为多少？对应的期望利润是多少？

习题 15.5 实际应用题。某咖啡店每日制作蛋糕，每个成本 10 元，售价 25 元，当日未售出需丢弃。店主记录了 30 天需求数据（单位：个）：

15,18, 20, 22, 22, 23, 24, 24, 25, 25, 25, 26, 26, 27, 27, 28, 28, 29, 30, 30, 31, 32, 32, 33, 34, 35, 35, 36, 38, 40

（1）基于经验分布，求最优每日制作量。

（2）若需求服从均匀分布$U(15,40)$，最优制作量是多少？比较两种假设下的结果差异。